

Examen de Grado
Econometría y Métodos Cuantitativos
Agosto, 2019

Duración : 150 minutos
Fecha : 1 de agosto de 2019
Hora de comienzo : 11:45 horas
Hora de fin : 14:15 horas.

INSTRUCCIONES

Una vez leído en voz alta por el profesor en la sala, usted dispone de dos horas y media para responder este examen. No empiece a responder hasta que se le indique hacerlo.

Responda solamente 2 preguntas de las 3 preguntas propuestas. Si responde más de 2 preguntas solamente se considerarán las 2 peores respuestas.

Pregunta 1 (40 puntos)

En el artículo "*The effect of the Internet on economic sophistication: An empirical analysis*" publicado en 2018 en *Economic Letters*, el autor, Athanasios Lapatinas, intenta estimar el efecto que tiene internet en la sofisticación de productos exportados. Para ello plantea el siguiente modelo de regresión lineal:

$$ECI_i = \alpha + \beta \times internet_i + \gamma \times controls_i + u_i, \quad (1)$$

donde ECI_i es el índice de complejidad económica del país i (obtenido del Observatory of Economic Complexity), $internet_i$ es una medida del uso de internet en el país i (número de personas con acceso a internet dividido por la población total), $controls_i$ es un set de variables explicativas (entre ellas, densidad poblacional, capital humano medido como la proporción de estudiantes en educación terciaria y el nivel de desarrollo del país medido por el producto interno bruto per cápita), y u_i es un término de error.

- (4 puntos)** Discuta cuáles son los supuestos necesarios para que el estimador de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) de β sea consistente.
- (6 puntos)** Suponga que se estima el modelo descrito en el enunciado por MCO y se obtienen los resultados del Cuadro 1. Complete la información faltante en dicho cuadro e interprete los coeficientes. Refiérase además a la significancia estadística de los parámetros.
- (5 puntos)** Una amiga le argumenta que la complejidad económica está usualmente medida con error. Discuta en detalle sobre los efectos que eso tendría sobre la consistencia y eficiencia del estimador de MCO de β .
- (5 puntos)** Una prima le comenta que habría problemas de multicolinealidad en su estimación por cuanto los países más densamente poblados usualmente tienen mayor nivel de desarrollo y mayor capital humano. En el Cuadro 2 se muestran los factores de inflación de la varianza o VIF. ¿Tiene razón su prima? Explique el significado de dichos factores.
- (5 puntos)** Una analista le indica que es mejor estimar el modelo en diferencias; esto es:

$$\Delta ECI_i = \beta \times \Delta internet_i + \gamma \times \Delta controls_i + \Delta u_i, \quad (2)$$

donde Δ es el operador de diferencias en el tiempo; por ejemplo, $\Delta ECI = ECI_{i,t} - ECI_{i,t-1}$. Para ello se necesita disponer de al menos 2 observaciones por país en distintos momentos del tiempo (t y $t - 1$). Discuta por qué la analista podría tener razón. ¿Qué se gana estimando el modelo en diferencias temporales?

- (5 puntos)** Una bioestadística le dice que claramente su modelo sufre de endogeneidad por cuanto podría haber doble causalidad entre la complejidad económica y el uso de internet. Así, países con mayor uso de internet se complejizan en su estructura productiva y países más complejos (en dichos términos) requieren de un mayor uso de internet. Luego, le sugiere implementar una estrategia de variables instrumentales para $internet_i$. En particular, le sugiere usar como instrumento el número de servidores seguros por

millón de habitantes ($servers_i$); es decir, aquellos que usan encriptación en las operaciones de internet. Discuta sobre la plausibilidad de que dicha variable instrumental cumpla con los supuestos necesarios para obtener un estimador consistente de β .

- g) (5 puntos) En el Cuadro 3 se muestran los resultados de la estimación por Variables Instrumentales de la ecuación (1) usando la variable instrumental sugerida en la parte f). Analice los resultados y compárelos con los encontrados en la parte b). Suponiendo que la estimación presentada en el Cuadro 3 es válida, ¿hacia donde está sesgado el estimador de β en la parte b)?
- h) (5 puntos) En el Cuadro 4 se muestra la primera etapa de la estimación en g). ¿Qué puede decir acerca de la validez de $servers_i$ como variable instrumental de $internet_i$? Explique.

Cuadro 1: Estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	124
				F(4, 119)	=	572.72
Model	353.656897	4	88.4142244	Prob > F	=	0.0000
Residual	18.3707443	119	.154376003	R-squared	=	0.9506
				Adj R-squared	=	
Total	372.026842	123	3.02460847	Root MSE	=	.39291

ECI	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
internet	.3345942	.1256051		0.009	.0858836	.5833048
gdp	.1993435		46.63	0.000	.1908706	.2078085
dens	.0417711	.0260676	1.60	0.112	-.0098453	.0933875
education	.6440435	.1338788	4.81	0.000		.909137
_cons	1.82922	.1272997	8.09	0.000	.7771543	1.281287

Cuadro 2: Factores de Inflación de la Varianza (VIF)

. vif

Variable	VIF	1/VIF
internet	1.05	0.954802
dens	10.04	0.096524
gdp	1.03	0.974325
education	1.01	0.993802
Mean VIF	3.28	

Cuadro 3: Estimación 2SLS

Instrumental variables (2SLS) regression	Number of obs	=	124
	Wald chi2(4)	=	2367.68
	Prob > chi2	=	0.0000
	R-squared	=	0.9503
	Root MSE	=	.38614

ECI	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
internet	.4443851	.2515165	1.77	0.077	-.0485781	.9373483
gdp	.1989034	.0042922	46.34	0.000	.1904909	.207316
dens	.0381006	.0266454	1.43	0.153	-.0141235	.0903247
education	.6373808	.1322426	4.82	0.000	.37819	.8965716
_cons	.9940066	.1434984	6.93	0.000	.7127549	1.275258

Cuadro 4: Primera Etapa, 2SLS

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	124
				F(4, 119)	=	11.29
Model	2.02016036	4	.705040091	Prob > F	=	0.0000
Residual	7.42814439	119	.062421381	R-squared	=	0.2752
				Adj R-squared	=	0.2508
Total	10.2483048	123	.083319551	Root MSE	=	.24884

internet	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
servers	.4226403	.0687799	6.14	0.000	.2854492	.5588314
gdp	.0021995	.0027155	0.81	0.429	-.0031774	.0075764
dens	.0267685	.0163953	1.63	0.105	-.0056959	.0592328
education	-.0343432	.0863886	-0.40	0.692	-.2054013	.1367148
_cons	.0647046	.0873633	0.74	0.468	-.1002835	.2376927

Minimum eigenvalue statistic = 37.7588

Critical Values # of endogenous regressors: 1
 Ho: Instruments are weak # of excluded instruments: 1

	5%	10%	20%	30%
2SLS relative bias	(not available)			
2SLS Size of nominal 5% Wald test	16.38	8.96	6.66	5.53
LIML Size of nominal 5% Wald test	16.38	8.96	6.66	5.53

Pregunta 2 (40 puntos)

Un estudio relaciona el tono de voz con la habilidad para cazar usando datos del pueblo Hadza, que es una de las últimas tribus cazadoras-recolectoras del mundo donde tanto hombres como mujeres son cazadores. La habilidad para cazar es una medida de productividad o "éxito como cazador" y se cuantifica con el número de animales mayores promedio cazados por año. Para el tono de voz se realiza un procedimiento técnico que analiza la grabación de los individuos diciendo la palabra "hujambo" en Suajili. Las voces agudas tienen una mayor medida de tono de voz que las voces graves.

La muestra entrega el siguiente resumen estadístico para la medida de tono de voz:

Muestra	Media	Desviación estándar de la muestra	Tamaño de la muestra
Hombres	115.76	19.75	53
Mujeres	209.71	36.76	54
Ambos	163.17	55.63	107

Considere primero el siguiente modelo simple para el tono de voz sobre una variable dummy $x = mujer$ que se estima con los datos de la muestra completa: $y = \beta_0 + \beta_1 x + u$.

- (4 puntos)** Obtenga los estimadores MCO de β_0 y β_1 .
- (3 puntos)** Sea $SCT_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$. Demuestre que siendo x una variable dummy, entonces $SCT_x = n(1 - \bar{x})\bar{x}$ y luego calcule SCT_x para la muestra del modelo en cuestión.
- (6 puntos)** Sea $SCE = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$. Demuestre que en el modelo simple se cumple que $SCE = \hat{\beta}_1^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ y a partir de este resultado, calcule SCT , SCE y SCR para la estimación de MCO del modelo en cuestión.
- (5 puntos)** Simba es un hombre de 22 años perteneciente a la tribu Hadza. Compute un intervalo de predicción al 95% para el tono de voz de Simba.
- (6 puntos)** Los autores del artículo establecen que usando sólo la muestra de mujeres "no se encontró que el tono de voz fuera un predictor significativo de la productividad como cazador, después de controlar por edad (...). Sin embargo, existe un efecto significativo del tono de voz, controlando por edad, como predictor de la productividad como cazador en hombres ($\hat{\beta} = -0.322$; $p = 0.006$). En otras palabras, hombres con voz más grave tienen cazan más. El modelo explica aproximadamente un 41.8% de la varianza de la productividad para hombres (grados de libertad = 47; $F = 16.85$; $p < 0.001$). ¿Qué interpretación tiene el valor reportado $\hat{\beta} = -0.322$? ¿Qué significa el valor reportado $p = 0.006$? Explique además qué representa el 41.8% reportado, y cuál es la interpretación de los estadísticos F y p que se reportan.
- (5 puntos)** La figura a continuación aparece en el artículo y grafica el tono de voz versus los residuos estandarizados de una regresión de la productividad como cazador sobre la edad de los hombres Hadza:

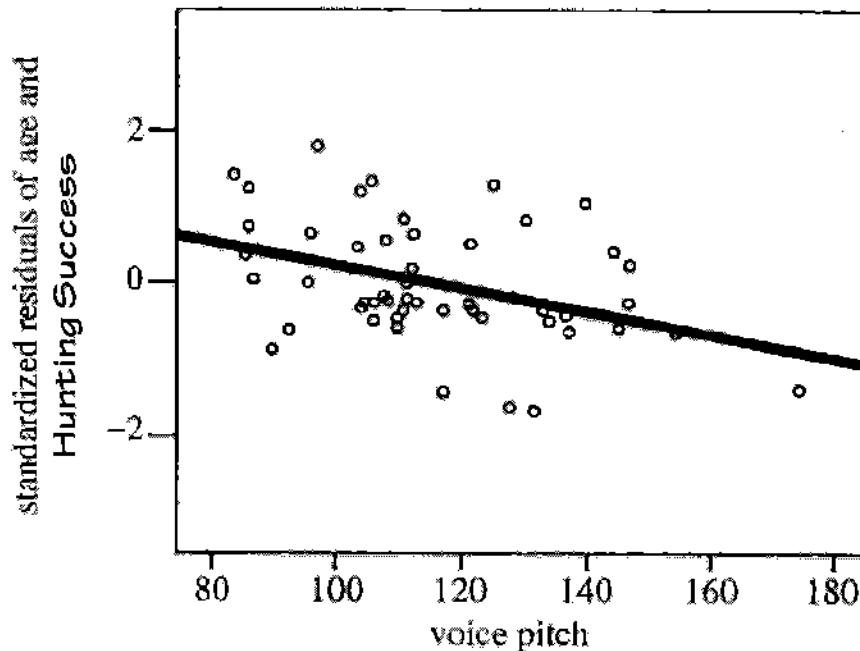


Figure 1. Residuals from regression of *Hunting* success on age plotted against voice pitch. This scatter plot shows a negative relationship between male voice pitch and *Hunting* success.

En la descripción de la figura los autores destacan que existe “una relación negativa entre el tono de voz de los hombres y la productividad como cazador”. Discuta bajo qué condiciones la pendiente negativa en la figura efectivamente muestra una relación negativa entre el tono de voz de los hombres y la productividad como cazador.

- g) (5 puntos) El artículo continúa diciendo que “al controlar simultáneamente por efectos lineales y cuadráticos de la edad, la significancia del tono de voz de los hombres no cambió. En este caso, el modelo explica aproximadamente un 48.3% de la varianza de la productividad como cazador para hombres (*grados de libertad* = 46; $F = 14.30$; $p < 0.001$)”. Basado en estos resultados, verifique al 5% la significancia estadística del coeficiente que acompaña al cuadrado de la edad.
- h) (6 puntos) Finalmente, proponga un modelo único que permita estimar el efecto del tono de voz en la productividad como cazador tanto en hombres como en mujeres, controlando por la edad del individuo. En base a dicho modelo, plantee un test de hipótesis consistente con la pregunta original que busca responder el artículo.

Pregunta 3 (40 puntos)

Considere el siguiente modelo de regresión simple: $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + u$. Usted sospecha que $Cov(X_1, u)$ es distinta de cero.

- a) **(6 puntos)** Suponga que efectivamente existe una variable omitida X_2 , que teóricamente tiene un efecto positivo sobre Y y una correlación negativa con X_1 . Derive la fórmula del sesgo asintótico en $\widehat{\beta}_1$ debido a la omisión de X_2 . ¿Cuál es la dirección del sesgo?

Suponga ahora que no existe omisión de variables relevantes pero que usted no observa Y sino Y' donde $(Y' - Y) = e_0$. Es decir, usted cuenta con una medición imprecisa de la variable dependiente.

- b) **(6 puntos)** ¿Bajo qué circunstancias MCO producirá una estimación insesgada de β_1 ? Explique en detalle, y luego refiérase a las implicancias de este error de medición sobre la precisión de dicha estimación.

Suponga en cambio que usted observa el verdadero Y pero que ahora cuenta con una medición imprecisa de la variable independiente.

- c) **(8 puntos)** ¿Bajo qué circunstancias MCO produciría una estimación insesgada de β_1 ? Explique en detalle, y luego derive el sesgo asintótico de una estimación por MCO bajo el supuesto de "error de medición clásico". ¿Qué puede inferir respecto de la dirección del sesgo en este contexto?

Imagine ahora que dispone de una variable Z que podría utilizar como instrumento de X_1 con el objetivo de identificar el efecto causal de X_1 sobre Y .

- d) **(10 puntos)** Explique bajo qué condiciones Z es un instrumento válido de X_1 y asumiendo que estas condiciones se satisfacen, derive el estimador de variables instrumentales para este caso. Además, se pide que compare el error estándar de este estimador con el del estimador de MCO. ¿Qué rol juega la correlación entre Z y X_1 ? Sea preciso.

Finalmente, suponga que usted obtiene datos sobre 2 variables de control, X_2 y X_3 . Sea $\widehat{\beta}_1$ la estimación de la regresión simple de Y sobre X_1 , y sea $\widetilde{\beta}_1$ el estimado de la regresión múltiple de Y sobre X_1, X_2 y X_3 .

- e) **(5 puntos)** Si X_1 está fuertemente correlacionada con X_2 y X_3 , mientras que X_2 y X_3 tienen efectos parciales pequeños sobre Y , ¿esperaría que el error estándar de $\widehat{\beta}_1$ fuera mayor que el de $\widetilde{\beta}_1$? Explique.
- f) **(5 puntos)** Si X_1 casi no está correlacionada con X_2 y X_3 , mientras que X_2 y X_3 tienen efectos parciales grandes sobre Y , y además X_2 y X_3 están fuertemente correlacionadas entre sí, ¿esperaría que el error estándar de $\widehat{\beta}_1$ fuera mayor que el de $\widetilde{\beta}_1$? Explique.

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$	$t_{.999}$	$t_{.9995}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.378	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.958
7	0.000	0.711	0.895	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.708	0.889	1.108	1.397	1.860	2.308	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.282	2.821	3.280	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.189	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.688	4.016
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.966
18	0.000	0.689	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.879	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.519	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	0.000	0.679	0.848	1.045	1.298	1.671	2.000	2.390	2.680	3.232	3.460
80	0.000	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
100	0.000	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
1000	0.000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	3.098	3.300

Función de Distribución de la variable F_p percentiles 95

		Grados de libertad del numerador																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	1000000	
1	181.45	199.5	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	239.89	240.54	241.88	243.9	245.95	248.02	249.05	250.1	251.14	252.2	253.25	254.32	19.5	
2	18.51	19	19.16	19.25	19.3	19.33	19.35	19.37	19.38	19.4	19.41	19.43	19.45	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	8.53	
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.7	8.66	8.64	8.62	8.62	8.59	8.57	8.55	5.63	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.0	5.96	5.91	5.86	5.8	5.77	5.75	5.75	5.72	5.69	5.66	4.43	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.86	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.5	4.5	4.48	4.43	4.4	3.7	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.1	4.06	4.0	3.94	3.87	3.84	3.81	3.81	3.77	3.74	3.7	3.67	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.38	3.34	3.3	3.27	3.23	
8	6.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.5	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.9	2.86	2.83	2.83	2.79	2.75	2.71	
10	4.96	4.1	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.7	2.7	2.66	2.62	2.58	2.54	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.2	3.09	3.01	2.95	2.9	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.57	2.53	2.49	2.45	2.4	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.01	2.91	2.85	2.8	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.47	2.43	2.38	2.34	2.3	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.6	2.53	2.46	2.42	2.38	2.38	2.34	2.3	2.25	2.21	
14	4.6	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.7	2.65	2.6	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13	
15	4.54	3.68	3.28	3.05	2.9	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	2.33	2.29	2.25	2.25	2.2	2.16	2.11	2.07	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.19	2.15	2.1	2.06	2.01	
17	4.45	3.59	3.2	2.96	2.81	2.7	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.15	2.1	2.05	2.01	1.96	
18	4.41	3.55	3.16	2.92	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92	
19	4.38	3.52	3.13	2.9	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.07	2.03	1.98	1.93	1.89	
20	4.35	3.49	3.1	2.87	2.71	2.6	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.2	2.12	2.08	2.04	2.04	1.99	1.95	1.9	1.84	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.1	2.05	2.01	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81	
22	4.3	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.4	2.34	2.3	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78	
23	4.28	3.42	3.03	2.8	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.2	2.13	2.05	2.01	1.96	1.96	1.91	1.86	1.81	1.75	
24	4.26	3.4	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.3	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.6	2.49	2.4	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.0	1.92	1.84	1.79	1.74	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	
60	4	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.1	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.7	1.65	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.16	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.55	1.5	1.43	1.35	1.25	
1000000	3.84	3	2.6	2.37	2.21	2.1	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.46	1.39	1.32	1.22	1.01	

Grados de libertad del denominador

TABLE C: Chi-Square distributions

cum probability	0.025	0.80	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
right tail	0.975	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
df									
1	0.00098	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2	0.051	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3	0.216	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4	0.48	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	0.83	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.51	22.11
6	1.24	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7	1.69	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	2.18	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9	2.70	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.68	29.67
10	3.25	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	28.59	31.42
11	3.82	14.63	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76	31.26	33.14
12	4.40	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	5.01	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.63	36.48
14	5.63	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	6.26	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	6.91	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17	7.56	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	8.23	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	8.91	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	9.59	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	10.28	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	10.98	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	11.69	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	12.40	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	13.12	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
30	16.79	36.25	40.29	43.77	46.58	50.89	53.67	59.70	62.16
40	24.43	47.27	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.10
50	32.36	58.16	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.59
60	40.48	68.97	74.40	79.09	83.20	88.38	91.96	99.61	102.7
80	57.15	90.41	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3	124.8	128.3
100	74.22	111.7	118.5	124.3	129.5	135.8	140.2	149.4	153.2