



Examen de Grado  
Econometría y Métodos Cuantitativos  
Agosto, 2018

Duración : 150 minutos  
Fecha : 2 de agosto de 2018  
Hora de comienzo : 8:30 horas  
Hora de fin : 11:00 horas.

**INSTRUCCIONES**

Una vez leído en voz alta por el profesor en la sala, usted dispone de dos horas y media para responder este examen. No empiece a responder hasta que se le indique hacerlo.

Responda solamente 2 preguntas de las 3 preguntas propuestas. Si responde más de 2 preguntas solamente se considerarán las 2 peores respuestas.

## Pregunta 1 (40 puntos)

En la segunda mitad del siglo XIX, muchas ciudades de los EE.UU. construyeron sistemas de suministro de agua. Algunas ciudades sólo usaban tuberías de hierro, mientras que otras usaban al menos algunas tuberías de plomo. Aunque se sabía que el plomo en concentraciones muy altas tenía efectos tóxicos de corto plazo, no fue hasta la década de 1940 que la primera investigación mostró que la exposición prolongada a bajas dosis de plomo a través del agua podría tener efectos duraderos en la salud.

Esta pregunta examina la relación entre la exposición al plomo a través de las tuberías de plomo y las tasas de homicidios en las ciudades de EE.UU. para el período 1921-1936. Para ello se plantea el siguiente modelo de regresión lineal:

$$hom_i = \alpha + \beta \times pipes_i + \gamma \times pop_i + \varepsilon_i,$$

donde  $hom_i$  es la tasa de homicidios por cada 100,000 habitantes en la ciudad  $i$ ,  $pipes_i$  es una variable dicotómica que toma el valor 1 si la ciudad  $i$  tiene tuberías de plomo y 0 si no,  $pop_i$  es la densidad poblacional medida en habitantes por kilómetro cuadrado ( $km^2$ ) de la ciudad  $i$ , y  $\varepsilon_i$  es un término de error con media 0.

El Cuadro 1 resume los resultados de la regresión.

- a) **(5 puntos)** Complete la información faltante del Cuadro 1 e interprete los coeficientes. Refiérase a la significancia estadística de los parámetros.
- b) **(5 puntos)** En el Cuadro 1, ¿qué significa que los errores estándar sean robustos? Explique en detalle las implicancias que tiene el uso de errores robustos sobre los estimadores de MCO.
- c) **(5 puntos)** ¿Qué tasa de homicidios promedio esperaríamos Ud. para una ciudad con tuberías de plomo y 20 habitantes por  $km^2$ ? ¿Y para una ciudad con tuberías de hierro y 20 habitantes por  $km^2$ ? Construya un intervalo de confianza bilateral al 99% para la diferencia esperada en la tasa de homicidios.
- d) **(5 puntos)** Una compañera le indica que sus variables explicativas serían colineales por cuanto en ciudades más densamente pobladas se instalaron tuberías de plomo por su mayor resistencia y durabilidad. En el Cuadro 3 se muestran los factores de inflación de la varianza o VIF. ¿Tiene razón su compañera? Explique el significado de dichos factores.
- e) **(5 puntos)** Una urbanista le indica que el modelo lineal está incompleto por cuanto omite el ingreso per cápita. Explique si esta omisión en el modelo lineal sesgaría los resultados de las estimaciones del Cuadro 1 y en caso de que lo hubiera, refiérase a la dirección del sesgo. Suponga que la correlación de ingreso per cápita y las variables explicativas ( $pipes, pop$ ) es positiva.
- f) **(5 puntos)** Un historiador le indica que una forma para corregir las estimaciones por el problema descrito en e), es usar una estrategia de Mínimos Cuadrados en 2 Etapas (2SLS). Para ello postula que las ciudades cuya estación de trenes estaba más alejada de las

refinerías de plomo tendían a tener tuberías de hierro, mientras que las más cercanas tendían a tener en mayor proporción tuberías de plomo. Luego, postula usar la distancia de la estación de trenes a la refinería más cercana ( $rail_i$ ) como variable instrumental de  $pipes_i$ . El Cuadro 4 muestra los resultados de dicha estimación. Interprete los resultados relacionándolos con lo respondido en la letra e) y opine sobre la plausibilidad de dicha variable instrumental.

- g) **(5 puntos)** En el Cuadro 5 se muestra la primera etapa de la estimación en f). ¿Qué puede decir acerca de la validez de  $rail_i$  como variable instrumental de  $pipes_i$ ?
- h) **(5 puntos)** Finalmente, explique en detalle cómo haría para evaluar formalmente la diferencia entre la estimación por MCO y aquella por MC2E.

Cuadro 1: Estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios

```
. reg hom pipes pop, r
```

Linear regression

Number of obs	=	7,434
F(2, 7431)	=	447.01
Prob > F	=	0.0000
R-squared	=	0.1079
Root MSE	=	.36487

  

hom	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
pipes	1.253163	.0847344		0.000	1.087084	1.41192
pop	.0302711		2.08	0.038	.0017627	.0587795
_cons	4.345340	93.499	0.05	0.963		187.6033

Cuadro 2: Test RESET

```
. estat ovtest
```

Ramsey RESET test using powers of the fitted values of hom  
 Ho: model has no omitted variables  
 F(3, 7428) = 1.38  
 Prob > F = 0.2480

Cuadro 3: Factores de Inflación de la Varianza (VIF)

```
. vif
```

Variable	VIF	1/VIF
pipes	1.00	0.999990
pop	1.00	0.999990
Mean VIF	1.00	

Cuadro 4: Estimación 2SLS  
 . ivregress 2sls hom (pipes=rail) pop, r

Instrumental variables (2SLS) regression

Number of obs	=	7,434
Wald chi2(2)	=	63.59
Prob > chi2	=	0.0000
R-squared	=	0.1070
Root MSE	=	.36497

hom	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> z	[95% Conf. Interval]	
pipes	.9953161	.1467363	6.78	0.000	.7077096	1.282923
pop	.0332146	.0185451	1.79	0.073	-.0031338	.0695630
_cons	4.045340	98.4798	0.07	0.953	-188.9750	197.0657

Cuadro 5: Primera Etapa, 2SLS  
 . reg pipes pop rail

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	7,434
Model	164.789514	2	82.394757	F(2, 7431)	=	361.50
Residual	1693.69959	7,431	.227923500	Prob > F	=	0.0000
Total	1858.4891	7,433	.250032168	R-squared	=	0.0887
				Adj R-squared	=	0.0884
				Root MSE	=	.47741

pipes	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
pop	.0001984	.0001917	1.03	0.301	-.0001774	.0005741
rail	-.0258527	.000962	-26.87	0.000	-.0277384	-.0239669
_cons	.5345937	.0111133	48.10	0.000	.5128085	.5563789

Cuadro 6: Valores Críticos para una distribución t-Student

n-k	90 %	95 %	97.50 %	99 %	99.90 %
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.92	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.44	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.400
...					
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
...					
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
78	1.292	1.664	1.991	2.375	2.641
∞	1.281	1.644	1.959	2.326	2.576

## Pregunta 2 (40 puntos)

El ingreso corriente de un individuo ( $y_t$ ) tiene dos componentes, uno permanente ( $y_t^p$ ) y otro transitorio ( $y_t^e$ ) tal que:

$$y_t = y_t^p + y_t^e,$$

donde  $y_t^e$  tiene media cero, no tiene correlación con  $y_t^p$  ni con el consumo, y es idiosincrático a cada individuo.

En 1936, Keynes argumentó que los consumidores ajustan su consumo ( $c_t$ ) de acuerdo al ingreso corriente (AIH: Hipótesis de Ingreso Absoluto), mientras que posteriormente en 1957, Friedman argumentó que los consumidores ajustan su consumo de acuerdo al ingreso permanente (PIH: Hipótesis de Ingreso Permanente). El problema es que el ingreso permanente no es medible, ya que solo se observa el ingreso corriente de cada individuo. Además, se sospecha que el ingreso corriente podría tener autocorrelación o correlación serial.

Responda las siguientes preguntas:

- (5 puntos)** ¿Cómo verificaría si existe autocorrelación en el ingreso corriente  $y_t$ ? Sea claro en el test que utilizaría y en los pasos necesarios para implementarlo.
- (5 puntos)** Considere verdadero un modelo lineal simple según la AIH de Keynes:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + u_t,$$

donde el ingreso corriente podría tener autocorrelación. Un economista dice que una solución para esto es considerar un modelo de regresión múltiple con varios rezagos del ingreso corriente. ¿Cuál es su opinión respecto a esto? Responda en base a una posible violación de alguno de los supuestos de Gauss-Markov.

- (6 puntos)** Demuestre que si Friedman tiene razón, es decir que la PIH tiene validez por sobre la AIH, entonces el estimador de  $\beta_1$  en el modelo de Keynes podría ser sesgado. Discuta la dirección del posible sesgo.
- (6 puntos)** Otro economista asegura que el ingreso corriente sigue un proceso AR(2) y que esta información sirve para construir un buen instrumento para verificar la PIH. Discuta cómo construiría este instrumento y qué propiedades debiera cumplir para que, efectivamente, fuera un buen instrumento.
- (6 puntos)** Suponga que usted cuenta con datos para muchos individuos y decide trabajar con datos agregados de consumo e ingreso corriente tal que  $C_t = \sum c_t$  e  $Y_t = \sum y_t$ . Discuta por qué con estos datos el estimador de  $\beta_1$  en el modelo de Keynes no debiera tener sesgo, incluso si la PIH fuera válida.

- f) **(6 puntos)** Suponga ahora que el modelo de Keynes usando datos agregados es correcto y que la única violación de los supuestos de Gauss-Markov es que los errores tienen autocorrelación. ¿Cómo estimaría este modelo? Explique en detalle.
- g) **(6 puntos)** ¿Cómo se vincula el siguiente modelo con el propuesto en la pregunta anterior?

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \beta_3 C_{t-1} + e_t,$$

donde  $e_t$  es un error i.i.d. bien comportado. ¿Cuál de los 2 preferiría estimar? Justifique.

### Pregunta 3 (40 puntos)

En la siguiente pregunta se utiliza una ecuación de Mincer con el objetivo de determinar el efecto de la educación en el salario percibido por los trabajadores. Usted dispone de las siguientes variables:

- *wage* = salario por hora (en dólares)
- *lwage* = logaritmo natural del salario por hora
- *educ* = años de educación
- *age* = edad
- *ages* = edad al cuadrado
- *married* = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo está casado y 0 en otro caso.
- *black* = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo es de raza negra y 0 en otro caso.
- *age\_black* =  $age \cdot black$
- *educ\_black* =  $educ \cdot black$
- *nearc2* = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo vivía cerca de un instituto profesional o centro de formación técnica cuando adolescente y 0 en otro caso.
- *nearc4* = variable dicotómica que toma el valor 1 si el individuo vivía cerca de una universidad cuando adolescente y 0 en otro caso.

Estimación	Estimaciones							
	(1) MCO	(2) MCO	(3) MCO	(4) MCO	(5) MC2E: 2da etapa	(6) MC2E: 1era etapa	(7) MCO	(8) MCO
Variable Dep	<i>wage</i>	<i>lwage</i>	<i>lwage</i>	<i>lwage</i>	<i>lwage</i>	<i>educ</i>	<i>u</i>	<i>lwage</i>
<i>nearc2</i>						0.140*	0.0279	
						(0.0826)	(0.0208)	
<i>nearc4</i>						0.279***	-0.0191	
						(0.0932)	(0.0235)	
<i>age</i>	18.89	0.0868*	0.104**	0.118***	-0.0658	1.013***	0.000455	-0.0658
	(27.81)	(0.0464)	(0.0452)	(0.0451)	(0.0969)	(0.266)	(0.0671)	(0.0649)
<i>ages</i>	0.0647	-0.000897	-0.00120	-0.00135*	0.00176	-0.0172***	-8.16e-06	0.00176
	(0.482)	(0.000804)	(0.000784)	(0.000781)	(0.00166)	(0.00461)	(0.00116)	(0.00111)
<i>married</i>	-19.12***	-0.0403***	-0.0348***	-0.0340***	-0.0588***	0.131***	-0.000353	-0.0588***
	(2.106)	(0.00351)	(0.00345)	(0.00344)	(0.0107)	(0.0203)	(0.00511)	(0.00718)
<i>smsa</i>	108.3***	0.197***	0.198***	0.193***	0.0836*	0.461***	0.00174	0.0836***
	(9.500)	(0.0158)	(0.0154)	(0.0154)	(0.0475)	(0.0972)	(0.0245)	(0.0318)
<i>black</i>			-0.215***	0.251	2.713***	-13.13***	-0.00109	2.713***
			(0.0170)	(0.173)	(0.970)	(0.997)	(0.251)	(0.649)
<i>age_black</i>				-0.0247***	-0.0238***	-0.00500	-0.000249	-0.0238***
				(0.00527)	(0.00786)	(0.0312)	(0.00787)	(0.00526)
<i>educ_black</i>				0.0181***	-0.163**	0.965***	0.000538	-0.163***
				(0.00624)	(0.0693)	(0.0325)	(0.00818)	(0.0464)
<i>educ</i>	27.56***	0.0483***	0.0388***	0.0338***	0.221***			0.221***
	(1.607)	(0.00268)	(0.00272)	(0.00308)	(0.0711)			(0.0476)
<i>v</i>								-0.188***
								(0.0477)
Constant	-405.1	3.850***	3.779***	3.561***	3.827***	-1.943	-0.00561	3.827***
	(396.5)	(0.661)	(0.644)	(0.643)	(0.964)	(3.811)	(0.961)	(0.645)
Observations	3,003	3,003	3,003	3,003	3,003	3,003	3,003	3,003
R-squared	0.232	0.250	0.288	0.296		0.322	0.001	0.299
RSS	1.590e+08	443.5	421.0	416.3	927.6	14583	926.9	414.2

Errores estándar en paréntesis. *u* corresponden a los residuos del modelo 5 y *v* a los residuos del modelo 6.

\*\*\*  $p < 0.01$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*  $p < 0.1$

A partir de la información anterior, responda las siguientes preguntas:

- a) **(3 puntos)** Para los modelos en las columnas (1) y (2), interprete el coeficiente que acompaña a la educación.
- b) **(2 puntos)** En los modelos de las columnas (3) y (4) se incorporan variables que capturan características raciales de los individuos. ¿Cuál modelo seleccionaría usted para hacer el análisis? Justifique su respuesta.
- c) **(3 puntos)** Verifique si la ecuación de salarios es igual para los trabajadores de raza negra que para el resto. Considere un nivel de significancia de 5% y sea claro respecto de la distribución del estadístico que utilizará.
- d) **(5 puntos)** Explique cuál es el problema que se está tratando en el modelo de la columna (5). Mencione sus posibles causas y las consecuencias que se generan en los estimadores.
- e) **(5 puntos)** Verifique empíricamente si debiésemos preocuparnos en el modelo de la columna (4) por el problema propuesto en la parte d). Para ello, sea claro en el test que implementará y en los pasos necesarios para implementarlo. Además, sea claro respecto de la hipótesis nula y alternativa, así como también respecto del estadístico de contraste. Considere un nivel de significancia del 1%.
- f) **(5 puntos)** En los modelos de las columnas (5) y (6) se presentan la segunda y primera etapa de una estimación por Mínimos Cuadrados en 2 Etapas (MC2E). Para dicha estimación se dispone de dos posibles instrumentos: *nearc2* y *nearc4*. Explique qué condiciones deben cumplir los instrumentos para ser válidos y los efectos en los estimadores de MC2E cuando tales condiciones no se cumplen. Además, justifique en palabras por qué dichos instrumentos podrían cumplir con tales requisitos.
- g) **(5 puntos)** Proponga un test formal para evaluar la relevancia de los instrumentos. Sea claro en los pasos que se necesitan realizar para poder implementar el test.
- h) **(5 puntos)** Evalúe ahora si los instrumentos cumplen la condición de exogeneidad. Considere un nivel de significancia del 1%.
- i) **(5 puntos)** Sobre la base de los modelos de las columnas (5) y (6), explique en detalle cómo funciona una estimación por MC2E. Describa claramente cada etapa y sea claro en los estimadores que va a obtener. Además, interprete claramente cada etapa.
- j) **(2 puntos)** Finalmente, compare los estimadores obtenidos por MC2E con los obtenidos por MCO en el modelo de la columna (4). ¿Cómo cambia el premio por educación entre ambos modelos? Sea claro en la interpretación del parámetro.



Función de Distribución de la variable F, percentiles 95

Grados de libertad del denominador	Grados de libertad del numerador																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	1000000	
1	161.45	199.5	216.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.98	243.9	245.95	248.02	249.05	250.1	251.14	252.2	253.25	254.32	
2	18.51	19	19.16	19.25	19.3	19.33	19.35	19.37	19.38	19.4	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.5	
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.7	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	
4	7.71	6.94	6.69	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6	5.96	5.91	5.86	5.8	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.5	4.48	4.43	4.4	4.37	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.1	4.06	4	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.7	3.67	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.3	3.27	3.23	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.5	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.09	3.04	3.01	2.97	2.93	
9	5.12	4.25	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.9	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71	
10	4.96	4.1	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.7	2.66	2.62	2.58	2.54	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.2	3.09	3.01	2.95	2.9	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.4	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.0	2.91	2.85	2.8	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.39	2.34	2.3	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.6	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.3	2.25	2.21	
14	4.6	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.7	2.65	2.6	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13	
15	4.54	3.68	3.28	3.06	2.9	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.4	2.33	2.29	2.25	2.2	2.16	2.11	2.07	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01	
17	4.45	3.59	3.2	2.96	2.81	2.7	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.1	2.06	2.01	1.96	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92	
19	4.38	3.52	3.13	2.9	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.12	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88	
20	4.35	3.49	3.1	2.87	2.71	2.6	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.2	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.9	1.84	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.1	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81	
22	4.3	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.4	2.34	2.3	2.23	2.15	2.07	2.03	2.0	1.94	1.89	1.84	1.78	
23	4.28	3.42	3.03	2.8	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.2	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76	
24	4.26	3.4	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.3	2.25	2.18	2.11	2.03	1.99	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.6	2.49	2.4	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.97	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.32	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.69	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.01	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	
60	4	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.1	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.7	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.5	1.43	1.35	1.25	
100000	3.84	3	2.6	2.37	2.21	2.1	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.01	

**TABLE C: Chi-Square distributions**

cum probability	0.025	0.80	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
right tail	0.975	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
df									
1	0.00098	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2	0.051	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3	0.216	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4	0.48	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	0.83	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.51	22.11
6	1.24	8.56	10.64	12.59	14.46	16.81	18.55	22.46	24.10
7	1.68	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	2.18	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96	26.12	27.87
9	2.70	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10	3.25	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11	3.82	14.63	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76	31.26	33.14
12	4.40	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	5.01	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.46
14	5.63	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	6.26	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	6.91	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.28	41.31
17	7.56	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	8.23	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	8.91	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	9.59	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	10.28	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	10.98	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	11.69	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	12.40	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	13.12	30.68	34.38	37.66	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
30	16.79	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40	24.43	47.27	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.10
50	32.36	58.16	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.66
60	40.48	68.97	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.7
80	57.15	90.41	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3	124.8	128.3
100	74.22	111.7	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	149.4	153.2