Examen de Grado
Macroeconomía
Enero, 2018

Duración	:	120 minutos
Fecha	:	23 de enero de 2018
Hora de comienzo	:	8:30 horas
Hora de fin	:	10:30 horas.

INSTRUCCIONES

Una vez leído en voz alta por el profesor en la sala, usted dispone de dos horas para responder este examen. No empiece a responder hasta que se le indique hacerlo.

Responda solamente 2 preguntas de las 3 preguntas propuestas. Si responde más de 2 preguntas solamente se considerarán las 2 peores respuestas.

Por favor identifique claramente sus respuestas.

Pregunta 1 (40 puntos)

Considere el siguiente problema de un agente que tiene información perfecta, vive infinitamente y maximiza la suma descontada de sus utilidades, eligiendo la trayectoria de consumo $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ y ocio $\{l_t\}_{t=0}^{\infty}$ entre otras decisiones:

$$\max_{\{c_t, l_t, n_t, m_{t+1}, b_{t+1}, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$$

dado $m_0 > 0$, b_0 y $k_0 > 0$ y sujeto a las siguientes restricciones para todo $t \geq 0$:

$$p_t c_t \leq m_t + x_t$$
$$p_t c_t + p_t k_{t+1} + b_{t+1} + m_{t+1} \leq p_t w_t n_t + (1 + r_t - \delta) p_t k_t + m_t + x_t + (1 + i_t) b_t$$
$$n_t + l_t = 1$$

La primera restricción es de *cash-in-advance*: el agente no puede consumir más que el dinero m_t que ha acumulado hasta el periodo t y la inyección exógena x_t de dinero que efectúa el gobierno en t. Note que p_t es el nivel de precio para ese periodo. Considere la notación λ_t para los multiplicadores de Lagrange de este tipo de restricción.

La segunda restricción es de recursos financieros, donde b_t son los bonos que el agente mantiene y que rinden una tasa nominal i_t. Además, k_t es el stock de capital que el agente entrega en arriendo a una tasa real r_t y que se deprecia a una tasa δ. Finalmente, el agente elige trabajar n_t horas por un sueldo por hora real de w_t. Considere la notación μ_t para los multiplicadores de Lagrange de este tipo de restricción.

La última restricción es de tiempo: el agente tiene una unidad de tiempo por periodo que reparte entre trabajo y ocio. Considere la notación γ_t para los multiplicadores de Lagrange de este tipo de restricción.

Una empresa representativa le arrienda el capital y el trabajo al agente en mercados competitivos para producir y_t. Su función de producción es la siguiente:

$$y_t = k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$$

Pregunta A (5 puntos)

Plantee el problema de optimización del agente. Calcule las condiciones de primer orden con respecto a b_{t+1} y k_{t+1}. Combinándolas, muestre que

$$1 + i_t = (1 + r_t - \delta)(1 + \pi_t)$$

donde $\pi_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$. ¿Cómo solemos llamar a esta condición en macroeconomía? Dé una interpretación económica precisa de ella.

Pregunta B (10 puntos)

Calcule ahora las condiciones de primer orden con respecto a m_{t+1} y c_t y usando su respuesta a la pregunta A, muestre que la ecuación de Euler se puede reescribir de la manera siguiente:

$$\frac{\partial u(c_t, l_t)}{\partial c_t}\frac{1}{1+i_t} = \beta\frac{\partial u(c_{t+1}, l_{t+1})}{\partial c_{t+1}}(1 + r_{t+1} - \delta)\frac{1}{1+i_{t+1}}$$

Interprete económicamente esta condición. ¿En qué se diferencia esta ecuación de la ecuación de Euler del modelo de consumo de Fisher (es decir, en un modelo sin la restricción de *cash in advance*)?

Pregunta C (5 puntos)

Calcule ahora las condiciones de primer orden con respecto a l_t y n_t y muestre que:

$$\frac{\partial u(c_t, l_t)}{\partial l_t} = w_t\frac{\partial u(c_{t+1}, l_{t+1})}{\partial c_{t+1}}\frac{\beta}{1+\pi_{t+1}}$$

Interprete esta condición desde un punto de vista económico. Explique la diferencia entre esta condición y la condición de oferta de trabajo de un modelo laboral clásico que analiza el *trade-off* entre consumo y ocio y discuta cómo la inflación distorsiona este *trade-off*.

Pregunta D (10 puntos)

Considere el estado estacionario. Use variables con asteriscos para referirse al estado estacionario. En el estado estacionario, la inyección monetaria es tal que la masa monetaria crece a una tasa constante η, i.e. $\eta = \frac{m_{t+1}-m_t}{m_t} = \frac{x_t}{m_t}$. Suponga que la restricción de *cash in advance* es activa en equilibrio. Muestre que la inflación es igual al crecimiento monetario. ¿Cuál es el nivel de inflación que elimina la distorsión impuesta por la restricción de cash-in-advance?

Pregunta E (10 puntos)

Presente las condiciones de primer orden de la empresa, despejando los multiplicadores de Lagrange. Explique si el crecimiento monetario afecta la producción agregada.

Pregunta 2 (40 puntos)

Una economía cerrada está caracterizada por las siguientes ecuaciones (Svensson, 1997):

(1) $\pi_{t+1} = \pi_t + \alpha_1 y_t + \alpha_2 x_t + \varepsilon_{t+1}$
(2) $y_{t+1} = \beta_1 y_t - \beta_2(i_t - \pi_t) + \beta_3 x_t + \eta_{t+1}$
(3) $x_{t+1} = \gamma x_t + \theta_{t+1}$

donde la ecuación (1) es una curva de Phillips, la ecuación (2) es una curva IS y la ecuación (3) representa la dinámica de un componente de la demanda agregada. Las variables de las ecuaciones son las siguientes: $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ es la tasa de inflación en el período t, p_t es el logaritmo del nivel de precios en el período t, y_t es el logaritmo del producto relativo al producto tendencial (el cual se supone igual a 0), x_t es una variable de demanda agregada, i_t es el instrumento de política monetaria (la tasa de política monetaria) y $\{\varepsilon_{t+1}, \eta_{t+1}, \theta_{t+1}\}$ son shocks i.i.d. con media cero que no son conocidos en t. Los coeficientes satisfacen las siguientes restricciones: $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \beta_3$ son positivos, $\beta_1 < 1$ y $\gamma < 1$.

La política monetaria es conducida por un banco central con una meta de inflación π^M. La función de pérdida intertemporal del banco central es:

(4) $E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \delta^{\tau-t} L(\pi_\tau)$

donde E_t es el operador de expectativas condicional a la información disponible en el período t, $\delta \in (0,1)$ es el factor de descuento. La función de pérdida intratemporal es:

(5) $L(\pi_\tau) = \frac{1}{2}(\pi_\tau - \pi^M)^2$

El banco central debe escoger una secuencia de valores para el instrumento de política monetaria $\{i_\tau\}_{\tau=t}^{\infty}$ que minimicen la función de pérdida intertemporal.

Pregunta A (5 puntos)

¿Cuál es el horizonte mínimo de política monetaria en este modelo? Es decir, indique cuánto tarda la economía en reaccionar frente a un cambio en la política monetaria.

Pregunta B (10 puntos)

Derive la condición de primer orden del problema de optimización que resuelve el banco central. ¿Qué relación existe entre la expectativa de inflación y la meta de inflación? De acuerdo con su respuesta, ¿son las expectativas una meta intermedia de política cuando existe una meta de inflación explícita?

Pregunta C (10 puntos)

Considere la siguiente función de pérdida intratemporal del banco central.

(6) $L(\pi_\tau) = \frac{1}{2}(E_t\pi_\tau - \pi^M)^2$

En este contexto, ¿cambian sus respuestas a las preguntas de la parte (B)? Justifique analítica y conceptualmente si éstas cambian, cómo y por qué.

Pregunta D (5 puntos)

Considere la regla de Taylor original (Taylor, 1993):

(7) $i_t = r^* + \pi^M + a(\pi_t - \pi^M) + b(y_t - \bar{y})$

donde $\bar{y}$ es el logaritmo del producto tendencial (que se supone 0 en este ejercicio) y r^* es la tasa de interés de largo plazo. Los coeficientes (a, b) son parámetros que en el modelo original de Taylor para el caso de la Fed tenían valores de $a = 1.5$ y $b = 0.5$.

Compare la regla de Taylor anterior con la regla que se deriva del modelo que usted estudió en las preguntas anteriores.

Pregunta E (10 puntos)

Ahora suponga una política de metas de inflación flexible, con la siguiente función de pérdida intratemporal del banco central:

(8) $L_t(\pi_t, y_t) = \frac{1}{2}((\pi_t - \pi^M)^2 + \lambda y_t^2)$

Donde λ es una constante positiva. Explique conceptualmente como cambiarían sus repuestas en (B) y (D).

Pregunta 3 (40 puntos)

Considere una economía de dos periodos habitada por un agente representativo con preferencias dadas por la siguiente función de utilidad:

$$(1) \qquad U(c_1, l_1, c_2, l_2) = \ln\left(c_1 - \frac{l_1^{1+\mu}}{1+\mu}\right) + \beta \ln(c_2)$$

donde ln es logaritmo natural, c_t representa el consumo en el periodo t y l_t representa la cantidad de horas trabajadas en el periodo t. Normalizamos la cantidad máxima de horas que el individuo puede trabajar en cada periodo $\bar{l} = 1$.

Las fuentes de ingreso del individuo están dadas por las horas trabajadas, l_t, a un salario por hora w_t, el capital del que dispone el individuo, k_t, que arrienda a la firma por una renta r_t^k, y los beneficios de la firma representativa de la cual es dueño, π_t. Este ingreso es usado para consumir, invertir en nuevo capital físico (k_t) o comprar bonos (b_t). El agente tiene acceso al mercado de créditos y puede ahorrar o pedir prestado en el mercado internacional a una tasa libre de riesgo (r_t^*), en bonos de 1 periodo. Existe un solo bien en la economía cuyo precio normalizamos a 1. El capital se acumula de acuerdo a la siguiente ley de movimiento: $k_t = (1-\delta)k_{t-1} + i_t$, donde i_t representa la inversión y δ la tasa de depreciación.

La firma representativa usa capital y trabajo para producir el bien: $y_t = A_t k_t^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$, donde A_t representa la productividad total de los factores.

Finalmente, suponga que la riqueza inicial en bonos de la economía es $b_0 = 0$ y el capital inicial es $k_0 = 1$.

Pregunta A (5 puntos)

Formule la restricción presupuestaria del agente en cada periodo y la restricción presupuestaria intertemporal.

Pregunta B (10 puntos)

Obtenga las condiciones de óptimo intratemporal e intertemporal del agente representativo. Interprete dichas condiciones desde un punto de vista económico, en particular obtenga una condición de no-arbitraje entre el retorno de los bonos y el del capital físico que se debe cumplir. Interprete dicha condición.

Pregunta C (10 puntos)

Formule el problema de la firma en cada periodo. Obtenga las condiciones de optimalidad para la firma representativa (trabajo y capital) e interprete dichas condiciones. Encuentre el nivel de empleo y de salario óptimos para el primer periodo en términos de los parámetros. ¿De qué dependen? Interprete y discuta si en este modelo existe o no un efecto riqueza.

Pregunta D (8 puntos)

Suponga que $\mu = 1$, $\delta = 1$, $\alpha = 0.5$, $r_1^* = 0.1$, $A_1 = 1$, $A_2 = 2.2$, $\beta = 1$. Resuelva, sólo para el primer periodo, el consumo, las horas trabajadas, el salario, el producto, el ahorro, la inversión y la cuenta corriente de esta economía. Ayuda: $(0.5)^{1/3} \approx 0.8$ y $\frac{(0.5)^{1/3}}{2} \approx 0.2$

Pregunta E (7 puntos)

Suponga ahora que la productividad del primer periodo se duplica, $A_1 = 2$. ¿Qué ocurre con el consumo, las horas trabajadas, el salario, el producto, el ahorro, la inversión y la cuenta corriente de esta economía? Provea un intuición económica para sus resultados.