



Examen de Grado
Econometría y Métodos Cuantitativos
Agosto, 2014

Duración : 150 minutos
Fecha : 4 de agosto de 2014
Hora de comienzo : 9:30 horas
Hora de fin : 12:00 horas.

El examen consta de tres preguntas. Cada una de ellas consta de 45 puntos. Todas las partes deben ser respondidas para aprobar. Lea cuidadosamente las preguntas ANTES de comenzar a contestar.

Pregunta 1

Parte A

Todos los días del año la tierra se ve bombardeada por un número aleatorio pero finito de meteoritos (fenómenos llamados cuadrántidas, perseidas, o gemínidas). Suponga que tiene las 365 observaciones correspondiente a 2013 y desea hacer un modelo estadístico usando la distribución de Poisson $f(y) = \frac{e^{-\theta} \theta^y}{y!}$ donde y es el número de meteoritos caídos cada día.

1. Construya la función de verosimilitud.
2. Obtenga el estimador máximo-verosímil de θ .
3. Obtenga la varianza del estimador máximo-verosímil de θ .
4. Haga un test de razones de verosimilitud para la hipótesis nula que el parámetro es 200
5. Haga un test de multiplicador de Lagrange para la hipótesis nula que el parámetro es 200
6. ¿Qué diferencias hay entre sus respuestas en las partes 4 y 5?

Parte B

Considere el problema, común en la economía, que el fenómeno de interés cambia su proceso generador de datos (DGP) a partir del instante $\tau \in (1, T)$ de la siguiente manera:

- hasta antes de τ el DGP es $y_t = x_t \beta + \varepsilon_t$ donde la matriz de regresores incluye una constante y ε_t cumple las propiedades Gauss-Markov.
- después de τ el DGP es $y = c + \mu_t$ donde μ_t cumple las propiedades Gauss-Markov.

Suponga que inadvertidamente se estima el modelo completo por mínimos cuadrados ordinarios, $y_t = x_t \pi + \omega_t$. ¿Es $\hat{\pi}$ un estimador apropiado de β ? ¿Cómo haría un test de cambio de régimen si usted sabe en cuál instante se produjo el quiebre? ¿Cómo lo haría si usted no los sabe? Tenga cuidado que el proceso μ_t no tiene las mismas propiedades estocásticas que el proceso ε_t .

Pregunta 2

Un estudio recién publicado en la revista *American Sociological Review*¹ presenta regresiones del siguiente tipo:

$$Y_{it} = \alpha_t + \beta_t M_{it} + \varepsilon_{it}$$

donde Y_{it} es una variable dummy que indica si la pareja i que se casó en periodo t está divorciada en el año de la encuesta y M_{it} es una dummy que toma el valor de 1 si la mujer tiene un nivel de educación mayor a la educación de su marido. Los resultados que obtienen usando una regresión lineal de mínimos cuadrados son los siguientes (los autores usan en realidad modelos más sofisticados pero que se traducen en los resultados siguientes):

	t=1950-1954	t=1950-1954	t=2000-2004	T=2000-2004
M_{it}	0.013	0.012	0.004	-0.008
	(0.002)	(0.002)	(0.003)	(0.005)
I_{it}		0.002		-0.007
		(0.003)		(0.001)

Nota: desviaciones estándares entre paréntesis.

donde I_{it} es un indicador de si la mujer tiene el mismo nivel educacional que su marido. Los datos son sobre matrimonios en Estados Unidos.

- Un alumno de Econometría I, nota que en las columnas (1) y (3), se omite I_{it} y que eso cambia mucho el estimador en la columna (4). Explique en palabras la diferencia en la interpretación del coeficiente de la variable M_{it} en las columnas pares e impares y explique por qué eso no corresponde exactamente a un problema de variable omitida.
- Ahora, usted opina que el tiempo entre el momento del casamiento y el momento de la encuesta puede importar para la estimación del parámetro β_t . Denota el número de años entre el matrimonio y la encuesta como W_{it} . Derive formalmente bajo cuáles condiciones la omisión de esta variable genera un sesgo en la estimación del parámetro β_t .
- Los autores argumentan que la relación entre M e Y ha cambiado de manera dramática entre los 1950s y 2000s. ¿Cómo se podría testear esta hipótesis formalmente?
- Usted sabe que el hecho que la variable Y es una dummy genera un problema de heteroscedasticidad. Explique cómo usted puede solucionar este problema.
- Un diario publicó la noticia de este estudio: "She's the brains: Men happier with a smarter wife" o "Ella es la inteligente: Los hombres son más felices con una mujer más inteligente que ellos". Asumiendo que el coeficiente de interés representa realmente el impacto causal del emparejamiento sobre el divorcio, que ser inteligente está correlacionado con la educación que uno tiene y que las parejas que se divorcian lo hacen porque no son felices, explique si la conclusión del diario es adecuada.
- El diario le pide su opinión sobre si se puede concluir que casarse con una mujer más educada que uno subía la tasa de divorcio en 1950 pero que hoy el problema está en casarse con una mujer menos educada que uno. Si está de acuerdo, presente su argumento de manera formal. Si está en desacuerdo, indique al menos dos razones que podrían invalidar la conclusión del diario.

¹ Christine R. Schwartz and Hongyun Han, "The Reversal of the Gender Gap in Education and Trends in Marital Dissolution", *American Sociological Review*, 2014, Vol. 79(4) 605-629.

Pregunta 3

Los bonos corporativos con calificación AAA no tienen riesgo de quiebra/crédito, pero sí ofrecen rentabilidades mayores a la de bonos equivalentes emitidos por el Estado. Esta diferencia o *spread* se debe a que los bonos AAA tienen menor liquidez por lo que los inversionistas exigen una compensación extra. Usted está interesado en encontrar los determinantes de este *spread* por liquidez.

Sea μ la rentabilidad de los bonos AAA y r la rentabilidad de los bonos del Estado. El *spread* por liquidez se define como: $s = \mu - r$. Suponga que las rentabilidades de ambos tipos de bonos pueden depender de m variables locales L y de n variables globales G de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\mu &= L \delta_L + G \delta_G + e_\mu \\ r &= L \beta_L + G \beta_G + e_r\end{aligned}$$

donde los errores e_μ y e_r distribuyen Normal con varianza σ^2 y son independientes entre ellos. Suponga que la constante de cada ecuación es el primer coeficiente del vector de parámetros locales. Este modelo satisface los supuestos de Gauss-Markov.

a) Considere el siguiente modelo para el *spread* por liquidez:

$$s = L \alpha_L + G \alpha_G + e_s$$

Demuestre formalmente que el estimador MCO de α_i corresponde a la diferencia entre los estimadores MCO de δ_i y β_i .

- b) Un amigo le dice que por simetría los estimadores MCO de δ_i y β_i debieran tener igual varianza. Más aún, él dice que el estimador MCO de α_i también debiera tener la misma varianza que los estimadores anteriores. ¿Qué le diría a su amigo?
- c) Describa en forma detallada cómo verificaría que el efecto de las n variables globales G en las rentabilidades es igual para bonos AAA que para bonos del Estado. ¿Qué problema visualiza en el estimador MCO de α_L si alguien asume a priori como válida la hipótesis anterior?
- d) Suponga que los errores del modelo original son heteroscedásticos y que en particular se cumple que $Var[e_\mu | L, G] = \sigma^2 \Omega_\mu$ y $Var[e_r | L, G] = \sigma^2 \Omega_r$. Suponga además que existen matrices P_μ y P_r conocidas, tal que $\Omega_\mu^{-1} = P_\mu^T P_\mu$ y $\Omega_r^{-1} = P_r^T P_r$. Demuestre que pre-multiplicando las regresiones originales por P_μ y P_r , respectivamente, se obtiene un modelo transformado con errores homoscedásticos.
- e) Considere los estimadores de Mínimos Cuadrados Generalizados para enfrentar la heteroscedasticidad existente. Discuta si el estimador MCG de los parámetros α_i del modelo en a) corresponde a la diferencia entre los estimadores MCG de δ_i y β_i . ¿Cómo es la varianza del estimador MCG de α_i en este caso?