Examen de grado
Microeconomía
Segundo Semestre de 2012

Profesores:
Nicolás Figueroa
Francisco Gallego
Jeanne Lafortune
Alejandra Traferri

Tiempo Total: 180 minutos
Puntaje Total: 120 puntos

[30 **puntos**] **Inmigración**

Un individuo considera emigrar a un nuevo país. Su función de utilidad depende de su consumo (c) y de su ocio (o, medido en horas) y está dada por

$$U(c, o) = \log o + \log c$$

Para financiar sus gastos, puede usar su riqueza actual (A) y sus ingresos laborales (lo que depende del salario que puede obtener, denotado por w_o si se queda en su país de origen y w_i si emigra). Si emigra, además tendrá que pagar un costo de emigración dado por X. Tiene en total 200 horas para repartir entre ocio y trabajo. El modelo dura un solo periodo.

1. [2 puntos] ¿Cuál es la restricción de presupuesto del individuo?

2. [6 puntos] Encuentre las demandas marshallianas del individuo como funciones de su riqueza y del salario en el caso que emigra y en el caso que se queda en su país de origen.

3. [4 puntos] Usando la ecuación de Slutsky (pero sin derivarla), explique cómo el salario impacta la oferta laboral (marshalliana) del individuo.

4. [5 puntos] Obtenga la función de utilidad indirecta. Encuentre el valor máximo que puede tener X (como función de w_i, w_o y A) para que el individuo prefiera emigrar.

5. [5 puntos] Si la decisión de emigrar es riesgosa, es decir que hay incertitumbre en el costo de emigrar pero que la esperanza del costo está dada por X, explique usando la función de utilidad indirecta encontrada en 4., cómo esto cambiaría el nivel máximo que puede tomar X para que el individuo emigre.

6. [5 puntos] Denote la función de gastos (o costos) mínimos del individuo como $E(w, u)$. Demuestre teóricamente (sin derivar) que esta función es cóncava en w, es decir que $\alpha E(w', u) + (1 - \alpha)E(w'', u) \leq E(\alpha w' + (1 - \alpha)w'', u)$.

7. [3 puntos] Explique por qué el resultado anterior implica que si una pareja con funciones de utilidad idénticas quiere asegurarse un nivel de utildad dado, lo pueden hacer a un costo más barato si uno emigra y el otro no, que en el caso de mudarse ambos a un lugar que tiene el salario promedio del lugar de origen y del nuevo país.

[30 puntos] Equilibrio general en economía de intercambio

Considere una economía de intercambio puro con dos bienes x e y, y dos consumidores A y B, cuyas funciones de utilidad son:

$$\begin{aligned} u_A(x,y) &= x_a y_a \\ u_B(x,y) &= 2x_b + y_b \end{aligned}$$

Suponga que inicialmente la dotación total existente de bienes en la economía es de $\bar{x} = \bar{y} = 100$, repartidas a partes iguales entre los consumidores.

1. [6 puntos] Encuentre la expresión analítica de la curva de contrato y grafíquela en la caja de Edgeworth.

2. [4 puntos] ¿Es la dotación inicial un óptimo de Pareto? En caso negativo, indique qué cantidades deben intercambiar los individuos para alcanzar el óptimo de Pareto en el que el individuo B tiene la misma utilidad que en la situación inicial. Justifique su respuesta.

3. [6 puntos] Obtenga el equilibrio competitivo de esta economía (precio y asignaciones de consumo). Comente sobre la asignación final de equilibrio y sobre la distribución de ganancias del intercambio en este ejemplo, relacionandolo con las preferencias de estos individuos. Justifique su respuesta.

4. [8 puntos] Encuentre y grafique la frontera de posibilidades de utilidad. Justifique su respuesta.

5. [8 puntos] Encuentre el conjunto de transferencias, T_A y T_B (es decir, el valor de T_A y T_B), que permitan conseguir como equilibrio Walrasiano la asignación de bienes correspondiente al punto de la Frontera de Posibilidades de Utilidad (FPU) en el que $U_a = 1250$ y $U_b = 200$. ¿Cuál será el precio relativo, $\frac{p_x}{p_y}$, correspondiente a ese equilibrio? Justifique su respuesta.

[30 puntos] Organización Industrial de la Educación Superior

El objetivo de este problema es modelar la competencia entre Universidades a través de un modelo de diferenciación vertical. Para eso, suponga que existen dos Universidades, A y B, que juegan en dos etapas. En la primera, ambas eligen calidades Q_A y Q_B respectivamente. El costo de elegir calidad Q se paga sólo una vez y está dado por $C(Q) = \frac{1}{2}Q^2$. En la segunda etapa ambas eligen precios P_A y P_B. La demanda viene dada por consumidores cuya función de utilidad es $U(P,Q) = V + \theta Q - P$, donde θ es un parámetro que está distribuído de forma uniforme en $[0,1]$.
Para las partes 1 a 3, asuma que V es suficientemente grande por lo que todos los consumidores eligen ir a alguna Universidad (y no ocupan la opción alternativa de no estudiar).

1. [6 puntos] Demuestre que, dados Q_H y Q_L, la competencia en precios del segundo periodo implica ganancias (sin incluir los costos de proveer calidad) de $\Pi_H = A_H(Q_H - Q_L)$ y $\Pi_L = A_L(Q_H - Q_L)$, donde $A_H > A_L$ son constantes.

2. [6 puntos] Suponga que es posible escoger cualquier nivel de calidad en $\mathbb{R}_+$. Demuestre que, en cualquier equilibrio en estrategias puras, una firma elige $Q_H^* = A_H$ y la otra elige $Q_L^* = 0$.

3. [6 puntos] Dada la baja calidad del sistema educativo, un diputado propone lo siguiente: "Es necesaria una regulación que obligue a que la calidad mínima sea $\underline{Q} > 0$. De esta forma subirá la calidad de ambas universidades, ya que la presión competitiva de la peor empujará a la mejor a incrementar también su calidad". ¿Es esto cierto? Estudie también que sucede con los precios y haga un análisis completo de la propuesta.

4. [6 puntos] Asuma ahora que V es chico, por lo que hay, dados Q_L y Q_H, tres tipos de consumidores: los que no van a la universidad, los que van a la universidad de calidad Q_L y los que van a la universidad de calidad Q_H. Encuentre los tipos críticos θ_e y θ^* que están indiferentes entre no ir e ir a la universidad de calidad baja, e ir a la universidad de calidad baja y la de calidad alta, respectivamente.

5. [6 puntos] Encuentre el equilibrio en este nuevo juego. Se puede demostrar que $\frac{\partial \Pi_H}{\partial Q_H \partial Q_L} > 0$, argumente por qué entonces de aquí se puede concluir que subir "por decreto" la calidad Q_L SI tiene un impacto positivo en este caso.

[30 puntos] Consecuencias no deseadas en educación

Muchas personas proponen reducir el número de alumnos por profesor (denominado tamaño de la sala de clases de ahora en adelante) para mejorar los aprendizajes de los niños. Esta

"promesa" contrasta con evidencia empírica experimental que muestra en algunos contextos la disminución del tamaño de la sala de clases no ha aumentado el aprendizaje de los niños.[1] En esta pregunta intentaremos modelar por qué puede estar sucediendo esto.
Supongamos que los profesores toman decisiones de acuerdo a una función de utilidad del tipo:

$$u = u(c, e)$$

donde c es consumo y e es esfuerzo. Supongamos por el momento que $u_c > 0, u_e < 0, u_{cc} < 0, u_{ee} < 0$ y $u_{ce} = 0$.
Para producir aprendizajes los profesores tienen disponible una función de producción de aprendizajes (a) del tipo:

$$a = g(e, t)$$

donde t es el inverso del tamaño de la sala de clases (o sea el ratio de profesores por alumno). $g_e, g_t > 0; g_{et} > 0; g_{tt}, g_{ee} = 0$.
El consumo de los profesores viene dado por:

$$c = \alpha + \beta O$$

donde α y β son constantes y O es alguna variable observable relacionada con el esfuerzo del profesor. Como siempre en estos problemas sabemos que el esfuerzo (insumo clave que aporta el profesor) no es observable. Sabemos que $O = f(e)$ con $f_e > 0, f_{ee} < 0$.

1. [6 puntos] Plantee el problema de optimización que enfrenta el profesor. Suponga que hay solución interior y presente las condiciones de primer orden. Explique la intuición de este resultado.

2. [6 puntos] Ahora se implementa una reducción del tamaño de sala (o sea un aumento de t). Usando el planteamiento del problema explique detalladamente por qué puede darse el caso que un aumento del insumo t no aumente el aprendizaje de los niños. Sea formal e indique bajo qué condiciones se produce este resultado.

3. [6 puntos] El paper mencionado más arriba encuentra que la reación del aprendizaje de los niños a la disminución del tamaño de la sala de clases depende del tipo de contrato que tengan los profesores. Si los profesores tienen contratos rígidos con el gobierno central de Kenia (GC) no aumentan los aprendizajes de los niños. En cambio si los profesores tienen contratos de incentivos con el centro de padres (CP) de cada colegio, el aumento de t va asociado a mejoras de los aprendizajes de los niños.

   Usando su modelación explique por qué puede estar sucediendo esto. Nuevamente sea formal y relacione con el modelo lo que más pueda.

[1] Por ejemplo, "School Governance, Teacher Incentives, and Pupil-Teacher Ratios: Experimental Evidence from Kenyan Primary Schools", Esther Duflo, Pascaline Dupas y Michael Kremer. Mimeo, March 12, 2012

4. [5 puntos] ¿Agrega nueva información a su argumentación el hecho que los salarios que se pagan a los profesores contratados decentralizadamente por los CP son mucho más bajos que los que reciben los contratados por el GC? Nuevamente relacione su respuesta lo que más pueda al modelo.

5. [7 puntos] Supongamos que ahora usted tiene que elegir entre dos variables observables del desempeño de los profesores O_1 y O_2 y que el principal de este problema quiere maximizar el valor del aprendizaje de los niños neto de costos. Plantee un modelo simple para elegir entre ambas variables observables (o una combinación de ella) para relacionar el pago de los profesores con la realización de las variables observables.