



**Pontificia Universidad Católica de Chile**  
**Instituto de Economía**

Examen de Grado  
Econometría y Métodos Cuantitativos  
Verano, 2010

Duración : 150 minutos  
Fecha : 11 de Marzo del 2010  
Hora de comienzo : 15 horas

El examen consta de tres preguntas, cada una de ellas de 45 puntos. Todas las partes deben ser respondidas. Usted dispone de 15 minutos para leer el examen y 135 minutos para responderlo, por lo que cada punto corresponde aproximadamente a un minuto.

**Pregunta I (45 puntos)**

**Parte A.(30 puntos)** Usando datos de empresas de corte transversal, se ha estimado una función de producción para la industria de salmones del siguiente tipo.

$$\log Y = \beta_1 + \beta_2 \log L + \beta_3 \log K + \beta_4 (\log L)^2 + \beta_5 (\log K)^2 + \beta_6 \log L \log K + \varepsilon$$

En que K es capital, L trabajo, Y valor agregado.

Los resultados de las estimaciones por MICO son los siguientes:

	Coefficientes	Errores estándar
Log L	3,61363	1,548
Log K	-1,89311	1,016
(log L) <sup>2</sup>	-0,96406	0,7074
(log K) <sup>2</sup>	0,08529	0,2926
log L log K	0,31239	0,4389
C	0,944196	2,911

Matriz de varianza y covarianzas de los estimadores.

	C	Log L	Log K	½ (log L) <sup>2</sup>	½ (log K) <sup>2</sup>	Log L log K
C	8,472					
log L	-2,388	2,397				
log K	-0,3313	-1,231	1,033			
(log K) <sup>2</sup>	-0,08760	-0,6658	0,5231	0,5004		
(log L) <sup>2</sup>	0,2332	-0,03472	0,02637	0,1467	0,08562	
log L log K	0,3635	0,1831	-0,2255	-0,2880	-0,1160	0,1977

Además se sabe que:

Número de observaciones 27

Error estándar de la regresión 0,17994

Suma de cuadrados residuales 0,67993

R<sup>2</sup> = 0,955.

- Escriba la hipótesis que debe testar para verificar el hecho que la producción de salmones sigue un proceso Cobb Douglas con retornos constantes a escala. (5 puntos)
- Explique en detalle (sin efectuar cálculos) el test para verificar que la función de producción es de tipo Cobb Douglas. Explique en detalle la hipótesis de base, el procedimiento para encontrar un estimador de dichas variables y la función de distribución que sigue dicho estimador. (10 puntos)

Suponga que Ud. dispone ahora de la siguiente estimación adicional (función Cobb Douglas).

	Coef.	Error estándar
log L	0,6030	0,1260
Log K	0,3757	0,0853
cte	1,171	0,3268

Matriz de varianzas y covarianzas

	C	log L	log K
C	0,1068		
log L	-0,01984	0,01586	
log K	0,00189	-0,00961	0,00728

Error estándar de la regresión            0,18840  
 Suma de cuadrados residuales        0,85163  
 $R^2$     0,94346

- c. Usando la información de las dos regresiones, verifique con un test alternativo, la hipótesis que la producción de salmones efectivamente puede ser descrita por una Cobb Douglas. (5 puntos)
- d. Verifique en la segunda regresión, la hipótesis que la producción de salmones presenta retornos constantes a escala (10 puntos).

**En estas últimas dos preguntas se solicita realizar los cálculos requeridos.**

**Parte B. (15 puntos)** Se han utilizado datos de una encuesta de presupuesto familiar para estudiar el consumo de carne (C) en función del ingreso (Y).

Las ecuaciones de regresión estimadas son las siguientes:  $\log C = \alpha_0 + \alpha_1 \log Y$

Se ha dividido el país en 3 zonas: norte, centro y sur. Los resultados son los siguientes:

	SCR	N Obser.
Norte	11	32
Centro	32	82
Sur	45	92
Total país	100	206

SCR suma de cuadros residuales.

Además se tiene información sobre el estimador de  $\alpha_1$

	$\alpha_1$ estimado	Error estándar
Norte	0,85	0,08
Centro	0,90	0,1
Sur	1,1	0,05
Total país	0,88	0,05

- a) Verifique la hipótesis que en cada región la elasticidad ingreso del consumo de carne es unitaria. (5 puntos)
- b) Verifique la hipótesis que no hay diferencia estructural entre las regiones. (5 puntos)
- c) Suponga que el consumo de carne sigue la misma ecuación en todas las regiones. Verifique la hipótesis que la elasticidad ingreso es unitaria entre todas ellas. (5 puntos)

## Pregunta II (45 puntos)

El Banco Central está interesado en contratar un economista joven como usted. En la entrevista le muestran ciertos resultados sobre la regla de política monetaria (Regla de Taylor) estimada para Chile y le piden su opinión. La regla de Taylor establece que la tasa de interés referencial (TPM, medida en porcentaje) depende del exceso de capacidad imperante en la economía (brecha entre el producto efectivo y tendencial, también medida en porcentaje) y las desviaciones que muestre la inflación respecto al objetivo de la autoridad ( $\pi^*$ ), tal como describe la ecuación (1) en la que  $r^*$  indica una estimación de la tasa de interés neutral en términos reales, mientras que  $\pi$  describe la tasa de inflación contemporánea (también en porcentaje)

$$(1) \text{ TPM} = (r^* + \pi^*) + \alpha (\pi_t - \pi^*) + \beta (y_t - y_t^*)$$

La primera ecuación fue estimada con datos mensuales desde septiembre de 2001 y se presenta en el Cuadro 1.

**Cuadro 1**

Dependent Variable: TPM  
 Sample (adjusted): 2001M09 2009M12  
 Included observations: 100 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.119549	0.194711	26.29300	0.0000
Exceso capacidad (Y-Y*)	0.495215	0.064011	7.736371	0.0000
Inflación ( $\pi - \pi^*$ )	3.157120	0.473927	6.661614	0.0000
R-squared	0.697985	Mean dependent var		4.043400
Adjusted R-squared	0.691758	S.D. dependent var		1.989867
S.E. of regression	1.104765	Akaike info criterion		3.066683
Sum squared resid	118.3890	Schwarz criterion		3.144838
Log likelihood	-150.3341	F-statistic		112.0882
Durbin-Watson stat	0.201748	Prob(F-statistic)		0.000000

Test:

Breusch-Godfrey Serial Correlation (3lags):  $nR^2=83.41567$

- (7 puntos) La persona que lo entrevista le pide que comente críticamente los resultados obtenidos en términos de: plausibilidad de los coeficientes obtenidos (incluyendo la constante) tanto en el signo como en su magnitud y las propiedades de los estimadores MICO.
- (10 puntos) Luego, le muestra los resultados de otro modelo estimado en base a la ecuación (2):

$$(2) \text{TPM} = (r^* + \pi^*) + \alpha (\pi_t - \pi^*) + \chi (y_t - y_t^*) + \delta \text{TPM}(-1)$$

Al incorporar el término de ajuste parcial (ver Cuadro 2) ¿Mejora o empeora lo que usted había detectado en el Cuadro 1? ¿Cuál es la lógica económica que recoge esta ecuación? Haga referencia a las propiedades asintóticas del estimador.

**Cuadro 2**

Dependent Variable: TPM

Sample (adjusted): 2001M09 2009M12

Included observations: 100 after adjustments

Variable	Coefficien		t-Statistic	Prob.
	t	Std. Error		
C	1.036818	0.109783	9.444224	0.0000
Exceso capacidad (Y-Y*)	0.145269	0.017266	8.413554	0.0000
Inflación ( $\pi - \pi^*$ )	0.850606	0.124533	6.830373	0.0000
TPM(-1)	0.810214	0.019817	40.88494	0.0000
R-squared	0.983597	Mean dependent var		4.043400
Adjusted R-squared	0.983085	S.D. dependent var		1.989867
S.E. of regression	0.258801	Akaike info criterion		0.173665
Sum squared resid	6.429896	Schwarz criterion		0.277872
Log likelihood	-4.683261	F-statistic		1918.874
Durbin-Watson stat	0.799868	Prob(F-statistic)		0.000000

Test:

Breusch-Godfrey Serial Correlation (3 lags):  $nR^2 = 42.84198$

- c) (7 puntos) Explique y discuta si es correcto testear en base al cuadro anterior si  $\delta$  es igual a 1.
- d) (12 puntos) En base a los resultados del Cuadro 2, discuta cuál sería la ecuación de largo plazo en los siguientes casos:
- d1) si se acepta la hipótesis nula de  $\delta=1$
- d2) si se rechaza esa hipótesis nula, respecto a la alternativa de que  $\delta>1$
- d3) si se rechaza esa hipótesis nula, respecto a la alternativa de que  $\delta<1$
- e) (9 puntos) Por último, le presentan una versión corregida de la Ecuación (2) donde para capturar el efecto de la crisis financiera se ha incorporado DTPM09 que es una variable dummy que toma valor 1 en febrero de 2009. ¿Qué hipótesis estará testeando el analista? ¿Explican estos resultados los problemas detectados en las preguntas anteriores? ¿Qué crítica le merece esta solución?

**Cuadro 3**

Dependent Variable: TPM

Sample (adjusted): 2001M09 2009M12

Included observations: 100 after adjustments

Variable	Coefficien t	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.712512	0.096727	7.366230	0.0000
Exceso capacidad (Y-Y*)	0.106440	0.014582	7.299255	0.0000
Inflación ( $\pi-\pi^*$ )	0.631842	0.102650	6.155297	0.0000
TPM(-1)	0.874681	0.017815	49.09811	0.0000
DTPM09*TPM(-1)	-0.190806	0.025002	-7.631716	0.0000
R-squared	0.989831	Mean dependent var	4.043400	
Adjusted R-squared	0.989403	S.D. dependent var	1.989867	
S.E. of regression	0.204838	Akaike info criterion	-0.284483	
Sum squared resid	3.986086	Schwarz criterion	-0.154225	
Log likelihood	19.22417	F-statistic	2311.859	
Durbin-Watson stat	1.306456	Prob(F-statistic)	0.000000	

Test:

Breusch-Godfrey Serial Correlation(3 lags):  $nR^2 = 12.11181$

### Pregunta III (45 puntos)

**Parte A.** (33 puntos) Se ha estimado un modelo no lineal de serie de tiempo para la tasa de migración desde distintos países hacia Chile, medida como porcentaje de la población del país de origen ( $M_{it}/POB_{it}$ ). Esta variable depende del diferencial de salarios reales esperados entre Chile y el país de origen ( $R_{it}$ ), de la distancia ( $D_i$ ) y de los tamaños relativos de población ( $P_{it}$ ).

El salario real esperado de cada país ( $w_i^*$ ) se definió como el salario real multiplicado por la tasa de empleo correspondiente y el diferencial entre Chile y los otros países como:

$$R_{it} = w_{ch}^* / w_i^*$$

$w_{ch}^*$  = salario real esperado de Chile

$w_i^*$  = salario real esperado del país  $i$ .

El modelo de migración es no lineal en los parámetros y considera que a mayor distancia, menor es la migración y menor el efecto de un cambio en el diferencial de salarios reales esperados. Así, el modelo propuesto es:

$$M_{it}/POB_{it} = \beta_1 + \beta_2 R_{it} + \beta_3 R_{it}/(1 + \beta_4 D_i) + \beta_5 D_i + \beta_6 P_{it} + u_{it}$$

$$u_{it} \sim N(0, \sigma^2 I)$$

Signos esperados de los parámetros:  $\beta_2 > 0$ ;  $\beta_3 > 0$ ;  $\beta_4 > 0$ ;  $\beta_5 < 0$ ;  $\beta_6 > 0$

- A.1. (4 puntos) Calcule, en función de los parámetros, los efectos de un aumento de  $R_{it}$  y de un aumento en una unidad de la distancia.
- A.2. (6 puntos) Considerando la no linealidad del modelo, explique cómo lo estimaría.
- A.3. (12 puntos) Explique cómo haría un test del Multiplicador de Lagrange para la hipótesis nula de que el costo de transporte, medido por la distancia, no incide en la decisión de migrar.
- A.4. (11 puntos) Suponga ahora que el efecto de  $D_i$  es nulo y que los flujos de migración son importantes y alteran los salarios relativos entre Chile y los otros países involucrados. Así, estima:

$$M_{it}/POB_{it} = \beta_1 + \beta_2 R_{it} + \beta_3 P_{it} + u_{it}$$

¿En qué dirección se movería el estimador del efecto de  $R_{it}$  respecto a la situación en que los movimientos migratorios son poco importantes? Explique un método adecuado para superar el problema señalado, señalando los cuidados que debe tener para aplicar bien ese método.

#### Nota:

Recuerde que la distribución normal multivariable para un vector  $Z$ :

$$p(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(Z-\mu)' \Sigma^{-1}(Z-\mu)\right) \text{ donde la matriz var-cov de } Z \text{ es } \Sigma:$$



**ParteB.** (12 puntos) Suponga que tiene dos modelos alterativos para representar un fenómeno:

Modelo 1:

$$Y_t = \pi_1 + \pi_2 X_t + \pi_3 X_{t-1} + \pi_4 Y_{t-1} + v_t$$

$$v_t \sim N(0, \sigma^2 I)$$

Modelo 2:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + v_t$$

$$v_t \sim N(0, \sigma^2 I)$$

¿Cómo están vinculados ambos modelos? ¿Cómo decidiría entre ambos?