

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
INSTITUTO DE ECONOMIA



**EXAMEN PRELIMINAR AL GRADO DE ECONOMÍA
ECONOMETRIA**

Duración : 175 minutos
Fecha : Jueves 5 de marzo de 2009
Hora de comienzo : 15 horas

PREGUNTA I (40 puntos)

I.1 (20 puntos) Se sabe que la probabilidad de fallas de los automóviles puede ser expresada por una función de probabilidad:

$$f(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!} \quad \text{en que } x \text{ es el número de fallas } x = 0, 1, 2, \dots \text{ y,}$$

θ es un parámetro desconocido.

Se ha solicitado un estudio para analizar la probabilidad de falla de un modelo muy exclusivo de automóvil. Para realizar el análisis se toma una muestra de n automóviles de dicho modelo y se tabula el número de fallas que presentan en un año. Los resultados se escriben x_1, x_2, \dots, x_n en que x_i es el número de fallas del vehículo de orden i en la muestra.

- (4 puntos) Estime el modelo por el método de máxima verosimilitud.
- (4 puntos) Calcule la cota de Cramer Rao para la varianza del estimador.
- (6 puntos) Suponiendo que la varianza es igual a la cota de Cramer Rao, explique cómo calcularía la probabilidad que el número promedio de fallas sea inferior a un valor S_1 dado.
- (6 puntos) Finalmente, suponga que al aumentar el número promedio de fallas, los automóviles de ese tipo se desvalorizan en un monto tal que la función de costo promedio C se puede expresar como $C = F^{1.5}$ en que F es el promedio de fallas en la muestra. Verifique la hipótesis que C es inferior a un umbral dado C_1 (equivalente por ejemplo, al 10% del valor del automóvil nuevo)

I.2 (20 puntos) Un estudio sobre la disposición a comprar un nuevo equipo electrónico ha permitido clasificar a las personas de la población de interés en tres grupos: Interesados, Indiferentes y Adversos.

Suponga además que la proporción P_I , P_{IN} y P_A de interesados, indiferentes y adversos en la población depende de dos parámetros p y q tal que $P_I = p^2$, $P_{IN} = 2pq$ y $P_A = q^2$

- (5 puntos) Diseñe un experimento que permita estimar p y q si se sabe que $p + q = 1$.
- (10 puntos) Deduzca el estimador de máximo verosimilitud de su experimento.
- (5 puntos) ¿Qué puede decir de la varianza de dicho estimador?

PREGUNTA II (40 puntos)

Una empresa desea verificar la presencia de cambio estructural en la evolución de sus ventas. La regresión de largo plazo vincula el logaritmo de las ventas reales con el logaritmo del PIB, el precio relevante del bien en estudio y una constante.

Se han incluido 276 periodos y se dispone de la siguiente información sobre la suma de cuadrados de los residuos (SCR)

Período	Período completo	Primer período	Segundo Período
SCR	3.92	0.39	0.25
Tamaño de la muestra	276	192	84

- a) (7 puntos) Realice el test de Chow para la hipótesis de que el vector de coeficientes es el mismo en los dos subperíodos. ¿Qué está suponiendo al realizar este test? ¿Cómo explica que la suma de cuadrados del período total sea tan distinta del promedio de las individuales?
- b) (7 puntos) El analista a cargo no puede descartar la presencia de heterocedasticidad en su muestra, ¿afectará esto sus resultados anteriores? Proponga un test que le permita chequear la presencia de cambio estructural en estas circunstancias.
- c) (6 puntos) Un colega cree que los problemas estadísticos de su regresión total se soluciona agregando una variable *dummy* que recoja el efecto del comienzo de las campañas publicitarias de la empresa. ¿Qué efecto recogerá el coeficiente de esta variable *dummy*? Indique qué problemas puede tener la solución del colega en términos de especificación del modelo. Sugiera soluciones alternativas.
- d) (5 puntos) Otro colega cree que el resultado obtenido en el punto a) es consecuencia de datos anómalos (outliers) y le sugiere eliminar el efecto de cuatro observaciones raras en la muestra, si es que el R^2 de la regresión sin estos datos es mayor que el R^2 de la regresión completa. Comente sobre la solución del colega, indicando las críticas a dicho procedimiento.
- e) (7 puntos) Usted cree que el cambio estructural detectado está ocultando un problema en la forma funcional: al agregar el segundo período de datos a la muestra los datos sugieren que existe no linealidad en las ventas respecto al precio. Esto puede verse en los gráficos que se anexan, que ilustran la relación entre las ventas de la empresa y el precio para el primer período (Gráfico 1) y para la muestra completa (Gráfico 2). Indique una estrategia de estimación de la regresión que considere esta situación de no linealidad.

Gráfico 1

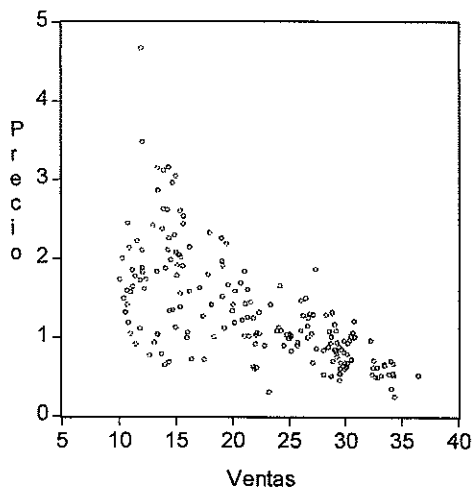
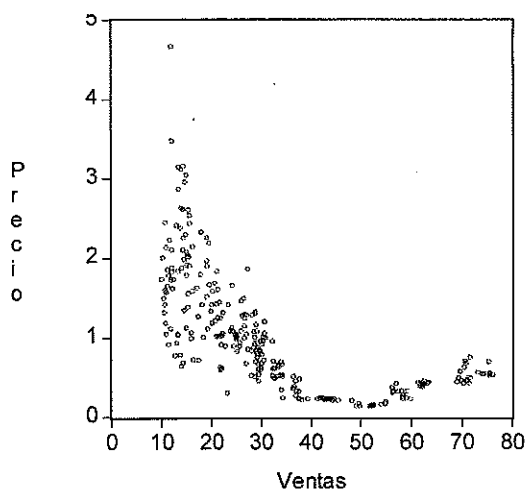


Gráfico 2



- f) (8 puntos) ¿Qué especificación escogería usted entre las siguientes?:
- a. Eliminar una parte de la muestra.
 - b. Escoger una forma funcional que capture la no linealidad
 - c. Utilizar variables *dummies* que recojan los quiebres.

Justifique, realizando un análisis de costo beneficio de cada solución.

PREGUNTA III (38 puntos)

Suponga el siguiente modelo para la inversión:

$$\ln I_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Q_t + \alpha_2 \ln Y_t + \alpha_3 \ln I_{t-1} + \mu_t$$

En que I es la inversión, Q es conocida como la “q de Tobin” definida como la razón del valor de mercado de los activos y costo de reposición de los mismos, Y es el producto agregado. La teoría dice que el efecto de la “q de Tobin” y del producto sobre la inversión debiese ser positivo.

- a) (4 puntos) Interprete el coeficiente que acompaña a la inversión rezagada.
- b) (6 puntos) En caso de existencia de autocorrelación de errores de primer orden ¿qué problemas tendría la estimación de dicha ecuación por MCO? Explique.
- c) (7 puntos) ¿Cuál es el efecto de corto y de largo plazo del producto sobre la inversión? Explique como probaría la hipótesis de que el efecto de largo plazo es igual a 1.
- d) (7 puntos) Un economista le sugiere (incorrectamente) estimar el modelo en primeras diferencias. ¿Explique el error de especificación en dicho modelo? ¿puede capturar el efecto de la Q y del Y sobre la I? Explique
- e) (7 puntos) La estimación de la “q de Tobin” se realiza utilizando como proxy la razón del índice general de precio de las acciones a un índice de precios del producto. ¿Qué problemas puede ocasionar el uso de esta variable proxy? Explique.
- f) (7 puntos) Hay economistas que sugieren que adicionalmente a la “q de Tobin” se debiese incluir el costo de capital como medida del costo de oportunidad de los fondos. ¿Qué problemas puede ocasionar su exclusión? ¿De qué dependen dichos problemas? Explique

PREGUNTA IV (40 puntos).

- a) (6 puntos) Analice la validez de la siguiente afirmación: “La estimación por variables instrumentales genera estimadores insesgados y consistentes
- b) (9 puntos) Analice la validez de la siguiente afirmación: “Al estimarse por Mínimos Cuadrados Generalizados un modelo que estimado por MICO presentaba heterocedasticidad, disminuirá la suma de los cuadrados de los residuos (residuos definidos como las diferencias entre los valores reales de la variable dependiente original y los valores correspondientes estimados por el modelo)”.
- c) (25 puntos) Un investigador desea estimar una función consumo per cápita. De acuerdo al modelo teórico, el consumo per cápita observado (C_t) depende del ingreso permanente per capita (X_t^*) y de un término aleatorio (u_t) que representa el consumo per cápita transitorio:

$$C_t = \beta X_t^* + u_t$$

donde u_t se distribuye como:

$$u_t \sim N(0, \sigma_u^2 I)$$

$$\text{plim} \left(\frac{X_t^{*'} u}{n} \right) = 0$$

El investigador no conoce X_t^* pero sí dispone de los datos de ingreso per cápita observado (X_t), el cual se relaciona con X_t^* de acuerdo a:

$$X_t = X_t^* + v_t$$

$$\text{donde } v_t \sim N(0, \sigma_v^2 I)$$

$$\text{plim} \left(\frac{X_t^{*'} v}{n} \right) = 0$$

Con los datos disponibles, el investigador estima por MICO la siguiente regresión:

$$C_t = bX_t + e_t$$

donde C_t e X_t son el consumo y el ingreso per cápita observados, respectivamente.

Por otro lado, se sabe que la economía presenta tasas de crecimiento del ingreso total similares al crecimiento de la población, por lo que X_t se puede considerar una variable estacionaria, siendo una buena caracterización del proceso generador de X_t la siguiente:

$$X_t = a + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$0 < \gamma < 1$$

donde ε_t es estacionario (I(0)).

Suponiendo que los tres términos aleatorios (u,v, ε), son independientes entre sí:

c.1) (10 puntos) Demuestre que el estimador MICO de β no es consistente. Determine su sesgo.

c.2) (8 puntos) Proponga un estimador alternativo que sea consistente para este caso, explicando detalladamente cómo lo implementaría.

c.3) (7 puntos) Suponga ahora que el ingreso per capita no es estacionario y su proceso se puede representar por:

$$\Delta X_t = a + \varepsilon_t$$

¿Qué propiedades asintóticas tendría el estimador MICO de la función consumo per capita en función del ingreso per cápita observado? Explique.