



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Instituto de Economía

Examen de Grado

Econometría y Métodos Cuantitativos

Enero 2014

Duración : 150 minutos
Fecha : Jueves 23 de Enero de 2014
Hora de comienzo : 9:30 horas

El examen consta de tres preguntas con igual ponderación en la evaluación final. Todas las partes deben ser respondidas. Usted dispone de 30 minutos para leer el examen y 120 minutos para responderlo.

Pregunta I

Considere el siguiente modelo de regresión lineal simple que será estimado por MCO:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u$$

Suponga que $u \sim N(0, \sigma^2)$ con σ desconocido y que los supuestos de Gauss-Markov son válidos. Usted cuenta además con la siguiente información:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 32 & 57 \\ 57 & 745 \end{pmatrix}, X^T y = \begin{pmatrix} 8.7 \\ 95.5 \end{pmatrix}, (y - \bar{y})^T (y - \bar{y}) = 14.6984, \hat{u}^T \hat{u} = 9.9822$$

Responda las siguientes preguntas:

1. Interprete los parámetros β_0 , β_1 y σ del modelo. Determine $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ y estime sus errores estándares.
2. Construya un intervalo de confianza para β_1 al 95%. ¿Con qué probabilidad $\beta_1 > 0$?
3. Realice una predicción individual para $x_p = 3$ con su intervalo de confianza correspondiente al 95%. ¿Con qué probabilidad $y_p > 0.5$?
4. Con respecto a inferencia estadística, responda:
 - (a) Construya el estadístico t para la hipótesis nula $H_0 : \beta_1 = \beta_0 + 0,1$ y verifique esta hipótesis usando $\alpha = 5\%$.
 - (b) Defina $\gamma_0 = \beta_0 - \beta_1$. Escriba una regresión simple usando γ_0 que permita verificar directamente la hipótesis nula en la parte 4a de esta pregunta. Determine $\hat{\gamma}_0$ y estime su error estándar.
 - (c) Suponga ahora que la hipótesis nula es $H_0 : \beta_0 = 0$ y $\beta_1 = 0,1$. Verifique esta hipótesis usando $\alpha = 5\%$. Discuta la relación que existe entre esta hipótesis nula y la propuesta en la parte 4a de esta pregunta.
5. Usted quiere testear si efectivamente $Var[u|X] = \sigma^2$ con σ constante. Proponga un test para verificar esto y una forma de estimar β_1 en caso de rechazar la hipótesis nula.

Pregunta II

Depetris-Chauvin (2013)¹ está interesado en estudiar el efecto causal de la antigüedad de los estados a nivel local sobre la intensidad del conflicto social en la actualidad en diversas zonas de África. Para ello construye una medida que mide cuántos años ha existido un estado centralizado a nivel local (usando datos históricos diversos).

El modelo que tiene en mente es el siguiente (en versión simplificada) para cada zona i :

$$\ln(\text{conflicto}_i) = \beta_1 \text{edad}_i + x_i^\top \beta + \varepsilon_i.$$

donde *conflicto* es una medida de conflicto a nivel local, *edad* es la antigüedad del estado medida en años, x es un vector que incluye una serie de controles geográficos y climáticos a nivel local (e incluye una constante) y ε es una variable no-observable para el econometrista.

El autor no observa el verdadero valor de *edad*, sino que una medida construida sobre la base de su propia investigación de fuentes primarias y secundarias y por ello usa $\text{edad}_i^* = \text{edad}_i + \mu_i$, donde μ_i es ruido blanco con varianza σ_μ^2 .

1. Calcule el $\text{plim } \hat{\beta}_1^{\text{MCO}}$.
2. Para intentar solucionar el problema de error en variables (PEV) el autor utiliza una medida alternativa de *edad* (llamémosla edad^+) como instrumento para su medida edad^* . Esta variable esta tomada de otra línea de investigación desarrollada por historiadores. Discuta las virtudes y problemas de esta aproximación. Use pruebas formales cuando sea necesario para calcular *plims*, etc.
3. Un conspicuo historiador nota que el reporte de la fuente alternativa también está medido con error (suponga que tiene exactamente la misma estructura de error que edad^* , vale decir $\text{edad}_i^+ = \text{edad}_i + \omega_i$). ¿Qué efectos tiene este PEV en el instrumento utilizado en los estimadores de variables instrumentales obtenidos?
4. El autor reporta el siguiente resultado para (cada entrada es el estimador de β_1 y entre paréntesis van los errores estándar):

Método	$\hat{\beta}_1$
MCO	-0.196 (0.042)
VI	-0.601 (0.156)

¿Cómo testearía si ambos estimadores son estadísticamente diferentes? Sea detallad@ y cuidados@ en términos de lo que significa el test y de cómo interpretar su resultado.

5. En esta discusión aparece una nueva opinión en que una socióloga argumenta que hay un problema más sustantivo en el modelo porque la variable dependiente *conflicto* está medida con error también (con la misma estructura de error de medición vista hasta ahora: $\text{conflicto}_i^* = \text{conflicto}_i + \nu_i$) y por ello todo el procedimiento previo está viciado y la econometría, en sus palabras, “provee estimadores que no sirven para nada”. Comente.
6. Luego de esta discusión, un economista argumenta que hay un problema más fuerte todavía, ya que probablemente ε_i contiene un efecto no-observable (ξ_i) que puede afectar a la variable *edad*. Definamos entonces $\varepsilon_i \equiv \xi_i + \nu_i$, donde el último término es ruido blanco. ¿Cómo afecta este resultado los estimadores previos?

¹ “Local State History and Contemporary Conflict: Evidence from Sub-Saharan Africa”, Manuscrito, Brown University.

7. El autor reporta los siguientes resultados usando un instrumento alternativo Z (que vamos a suponer válido):²

Método	$\hat{\beta}_1$
VI usando Z	-0.386 (0.186)
VI usando $edad^+$ y Z	-0.488 (0.163)

¿Cómo se puede incorporar esta información en la discusión previa? En particular, ¿cómo compararía formalmente pares de estos estimadores entre sí y con aquellos presentados en la parte 4 de esta pregunta? Sea detallad@ y cuidados@ en términos de lo que significa el test y de cómo interpretar sus resultados.

8. En base a la información presentada ¿qué estimador de β_1 prefiere? Argumente formalmente.

² O sea, es una variable instrumental que cumple las condiciones de relevancia y de exclusión).

Pregunta III

NOTA: LAS PARTES DE ESA PREGUNTA SE PUEDEN CONTESTAR DE MANERA INDEPENDIENTE.

Imagine que en una sociedad uno puede casarse 0, 1, 2 o 3 veces. No se puede casar un número negativo de veces ni más de 3 veces. Denote la probabilidad de haberse casado j veces por P_j . En una muestra de tamaño n , el número de individuos que se casaron j veces se representa por T_j . Denote el número de veces que el individuo i se ha casado como M_i .

1. Argumente que la función de verosimilitud está dada por

$$L(T_0, T_1, T_2, T_3; P_0, P_1, P_2, P_3) = \frac{n!}{\prod_{j=0}^3 T_j!} \prod_{j=0}^3 (P_j)^{T_j}$$

Es decir, que proviene de una Bernoulli generalizada o multinomial. En particular, explique en sus palabras por qué el problema no se representa como una distribución Poisson dada por

$$L(M_0, M_1, \dots, M_n; \lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{M_i} e^{-\lambda}}{M_i!}$$

2. Encuentre el estimador de verosimilitud de P_j (*Hint: La estimación de los parámetros aquí tiene una restricción dada por el hecho que $\sum_j P_j = 1$*). Encuentre la varianza del estimador de verosimilitud y proponga un estimador de esta varianza.
3. Un investigador quiere evaluar el impacto de un cambio en la Ley de Divorcio sobre la probabilidad de que un individuo i se haya casado j veces. Entonces, considera el siguiente modelo

$$P_{ij} = \alpha_j + \beta_j X_i$$

en una muestra donde algunos individuos han estado expuesto a la nueva Ley de Divorcio ($X_i = 1$) y otros no ($X_i = 0$). Él usa el método de máximo verosimilitud para obtener los parámetros α_j y β_j . Alguien sugiere que el modelo se podría estimar con mínimos cuadrados ordinarios (MCO), es decir, estimar una regresión del tipo:

$$M_i = \alpha_{MCO} + \beta_{MCO} X_i + \varepsilon_i$$

¿Puede este estimador alcanzar una varianza menor que el estimador de verosimilitud?

4. La estimación con MCO entrega una medición distinta del rol de la Ley de Divorcio que los parámetros del modelo de verosimilitud. Eso se puede deber a dos razones distintas: (i) la función paramétrica usada para modelar el fenómeno, y (ii) el supuesto en el modelo MCO que la ley impacta el número de matrimonios de manera lineal, es decir, que el impacto de la ley de divorcio es el mismo para pasar de 0 a 1 matrimonio o de 1 a 2 o de 2 a 3. Explique cómo se podría testear la importancia del segundo elemento restringiendo el modelo de verosimilitud para que satisfaga el mismo supuesto de linealidad que el MCO.