



Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Economía

Examen de Grado
Econometría y Métodos Cuantitativos
Enero, 2013

Duración : 150 minutos
Fecha : 28 de Enero de 2013
Hora de comienzo : 9:30 horas

El examen consta de tres partes con igual ponderación en la evaluación final. Todas las partes deben ser respondidas. Usted dispone de 30 minutos para leer el examen y 120 minutos para responderlo.

Parte I

I.1 Considere el siguiente modelo de regresión simple:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e$$

a) Enuncie el Teorema de Gauss-Markov y mencione cuáles son los supuestos necesarios para que este se cumpla. Para las siguientes preguntas suponga que se cumplen estos supuestos.

b) Suponga que $\widetilde{\beta}_1$ es el siguiente estimador:

$$\widetilde{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}) y_i}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}) x_i} \quad \text{con } z_i = \text{Exp}(x_i)$$

Demuestre que $\widetilde{\beta}_1$ es lineal e insesgado.

c) Determine la varianza de $\widetilde{\beta}_1$.

d) Demuestre que la varianza de $\widetilde{\beta}_1$ es mayor que la del estimador MCO de β_1 .

I.2 El modelo tradicional de valorización de activos dice el mercado es un factor de riesgo accionario, lo que implica que aquellas acciones/portafolios que son más sensibles a la rentabilidad del mercado ofrecen mayores rentabilidades esperadas. El método de Fama-MacBeth para estimar este tipo de modelos propone 2 etapas de estimación: en la primera etapa se corren regresiones en la serie de tiempo para medir la sensibilidad β_M^i de cada portafolio i con respecto al mercado, y luego en la segunda etapa se corre una regresión de corte transversal entre las rentabilidades y las sensibilidades de cada portafolio.

Esta pregunta extiende el modelo tradicional de valorización a 2 factores de riesgo: el mercado y el precio del cobre. La siguiente tabla muestra las rentabilidades mensuales promedio de 4 portafolios de industrias nacionales entre 2004 y 2011, y las sensibilidades de cada industria con respecto a las rentabilidades de mercado y a los cambios en el precio del cobre (es decir, el resultado de la primera etapa de Fama-MacBeth). Por simplicidad, suponga que los estimadores de β_M y β_C son los estimadores poblacionales.

Sector	Rentabilidad mensual (r)	Beta de mercado (β_M)	Beta de cobre (β_C)
Commodities	0,89%	1,15	0,19
Retail	0,79%	1,22	0,12
Industrial	0,55%	1,01	0,04
Consumo	0,49%	0,92	0,12

Para la segunda etapa de Fama-MacBeth usted busca estimar:

$$r = \theta_0 + \theta_M \beta_M + \theta_C \beta_C + u$$

Además, usted sabe que:

$$\widehat{\theta}_0 = -0,57; \widehat{\theta}_M = 1,02; \widehat{\theta}_C = 1,28 \text{ y } (\beta' \beta)^{-1} = \begin{pmatrix} 22,12 & -21,37 & 9,38 \\ -21,37 & 22,12 & -20,5 \\ 9,38 & -20,5 & 107,69 \end{pmatrix}$$

donde $\beta' = (1 \ \beta_M \ \beta_C)$.

- a) Discuta si el cambio en el precio del cobre es un factor de riesgo estadísticamente significativo en la rentabilidad de los portafolios de industrias. Use $\alpha = 5\%$.
- b) Realice un test de significancia global para conocer si el modelo propuesto explica la rentabilidad de los portafolios. Use $\alpha = 5\%$.
- c) Una predicción testeable del modelo de valorización es que θ_0 debiera ser cero. Plantea un test para esta predicción y verifique la hipótesis nula al 5%.
- d) Realice una predicción de la rentabilidad esperada para la industria financiera que tiene $\beta_M = 0,8$ y $\beta_C = 0,15$. Considere un intervalo de confianza al 95%.
- e) Discuta cuál sería el efecto en los resultados de la segunda etapa si en vez de tener los β_M y β_C poblacionales contara con estimadores de muestra pequeña $\widehat{\beta}_M$ y $\widehat{\beta}_C$ (cosa que ocurre cuando se usa el método de Fama-MacBeth).
- f) Proponga una solución para los problemas que se generan al usar la estimación de dos etapas.

Parte II

Una evaluación de impacto busca estudiar el efecto causal de la entrega de computadores a los estudiantes sobre los aprendizajes cognitivos. La economista a cargo de la evaluación diseña la evaluación de modo que la asignación de los computadores a los estudiantes es aleatoria. O sea, se realiza un sorteo y la mitad de los liceos reciben computadores y la otra mitad no recibe a comienzos del año escolar.

Para la evaluación de impacto, la economista sólo tiene disponible los resultados de una prueba que se toma a todos los estudiantes al final del año escolar (y que tiene media cero y desviación estándar 1). Dada esa limitación de datos, ella corre una regresión bi-variada por MICO y encuentra los siguientes resultados.

	(1)
Computador	0,20 (0,09)
R ²	0,08
Número de estudiantes	120.000
Número de establecimientos	1.200

Nota: Los valores entre paréntesis representan los errores estándar. No se reporta la constante.

1. Interprete los resultados de esta tabla en términos de evaluación de impacto de la política.
2. Una persona le comenta que esta política para que sea costo-efectiva debería tener un impacto de al menos 0,25 y que por ello dados sus resultados habría que descartarla. ¿Qué se puede inferir de los resultados previos respecto de la comparación con un impacto de 0.25? Sugiera alguna prueba estadística formal.
3. Esta economista presenta el paper en una facultad de educación y todas las profesoras le dicen que su modelo está fundamentalmente equivocado porque no incluye el nivel inicial de conocimientos de los estudiantes. ¿Qué opina usted respecto de esta crítica? Discuta formalmente respecto de los efectos de esta omisión en el estimador punto y en los errores estándar de la regresión. Discuta en qué sentido las profesoras de educación pueden estar en lo correcto y en qué sentido pueden estar equivocadas.
4. Luego de un tiempo la economista descubre una base de datos en que hay disponibles resultados para la misma prueba para los mismos estudiantes pero exactamente antes de haber recibido los computadores. Los resultados son los siguientes:

	(2)
Computador	0,21 (0,05)
Nivel inicial de la prueba	0,95 (0,12)
R ²	0,33
Número de estudiantes	120.000
Número de establecimientos	1.200

Nota: Los valores entre paréntesis representan los errores estándar. No se reporta la constante.

Interprete estos resultados a la luz de su discusión en la pregunta anterior.

5. La misma economista presenta los resultados en otra facultad de educación y ahora la mayoría de las profesoras le argumentan que su modelo tiene un serio problema porque no controla por una serie de aspectos fundamentales de los resultados de los estudiantes. A saber, a ellas les preocupa sobretodo aspectos tales como las horas de estudio fuera de la sala, la cantidad de tareas completas, la cantidad de libros leídos por los estudiantes. Argumentan que si no se controla por estas variables el efecto de las computadoras estaría sobre-estimado. En este caso la economista de hecho tiene datos para hacer este ejercicio y encuentra los siguientes resultados.

	(3)
Computador	0,08 (0,09)
Nivel inicial de la prueba	0,64 (0,17)
Horas de estudio fuera de clases	0,08 (0,02)
Cantidad de tareas completas	0,12 (0,05)
Cantidad de libros leídos	0,13 (0,08)
R ²	0,36
Número de estudiantes	120.000
Número de establecimientos	1.200

Nota: Los valores entre paréntesis representan los errores estándar. No se reporta la constante.

Discuta esta crítica de nuevo e interprete los resultados obtenidos más arriba y sus efectos en los estimadores del efecto causal de los computadores en los aprendizajes de los estudiantes. Analice desde el punto de vista de sus efectos en los estimadores punto y en los errores estándar. Utilice fórmulas cuando sea necesario.

6. En paralelo a la presentación arriba descrita en una facultad de educación, un coautor de la economista presentó el trabajo en una escuela de políticas públicas y allí un profesor argumentaba que era obvio que este trabajo debería hacer una estimación de variables instrumentales en que la asignación de los computadores se usa como instrumento de la variable “horas de uso de computador para aprendizajes” porque los computadores per-se no importan. Discuta formalmente bajo qué condiciones este comentario permite obtener estimadores del efecto causal de “horas de uso de computador para aprendizajes” en lo aprendido por los niños y qué información necesitaría para estudiar el punto. Discuta sobre cuán probable es que estas condiciones se cumplan en este caso.
7. Mencione críticas econométricas adicionales que pueden estar afectando tanto los estimadores punto como los errores estándar estimados en los ejercicios reportados en las regresiones (1) y (2). Sea lo más formal posible.

Parte III

1. Periódicamente, las empresas de agua potable y alcantarillado se ven en la obligación de cortar el suministro a la población por algunos días para realizar reparaciones. Los economistas de la empresa creen que la siguiente función de probabilidad describe las realizaciones del fenómeno (X , medido en días y en el intervalo $[0, \infty]$):

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{2\theta}{3}$	$\frac{\theta}{3}$	$\frac{2(1-\theta)}{3}$	$\frac{(1-\theta)}{3}$

En el último año se tomó la siguiente muestra: $x=(3,2,0,1,3,2,1,0,1,1,2,0)$. Compute el estimador máximo verosímil del parámetro θ y refiérase a sus propiedades estadísticas.

2. Los ingenieros de la empresa creen que la muestra proviene de una distribución uniforme definida en el intervalo $(0, \theta)$ con parámetro $\theta > 0$ desconocido. Construya la función de verosimilitud y demuestre que el estimador máximo verosímil no es en principio un buen estimador en este caso porque probablemente subestime el verdadero valor de θ .
3. El abogado de la empresa ha oído hablar sobre los problemas de muestra pequeña del estimador máximo verosímil y cree que 12 observaciones es insuficiente. Por ello propone repetir los datos hasta tener unas 60 observaciones. Discuta los problemas de muestra pequeña (si es que existen) y la aplicabilidad de la propuesta del abogado.
4. El presidente de la empresa, una persona eminentemente práctica, considera que el promedio de los cortes de suministro es un buen indicador del tiempo esperado de corte de agua. ¿Bajo cuáles condiciones es apropiado usar el promedio simple?
5. Los miembros de la junta de accionistas están desconcertados con las diferentes visiones respecto del problema y le contratan a usted para que haga un informe en el que se identifique la respuesta más apropiada. ¿Cómo haría usted para determinar si las respuestas de economistas, ingenieros, o abogados es la correcta?

