



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Instituto de Economía

Examen de Grado  
Econometría y Métodos Cuantitativos  
Julio, 2013

Duración : 135 minutos  
Fecha : 29 de julio de 2013  
Hora de comienzo : 9:30 horas  
Hora de fin : 11:45 horas.

El examen consta de tres preguntas, dos de ellas de 40 puntos y una tercera de 30 puntos. Todas las partes deben ser respondidas para aprobar. Usted dispone de 135 minutos para responderlo.

**Pregunta 1 (40 minutos)**

El gobierno de Chile quiere estudiar los factores que influyen en la fertilidad de la población. Usted está contratado para hacer un análisis empírico usando una regresión lineal:

$$\ln y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$$

Donde  $y_i$  es el número de hijos de una mujer "i" y  $X_i$  son las características de esta mujer. La muestra es compuesta solamente de madres. Asuma que  $\varepsilon_i$  son independiente e idénticamente distribuidos.

1. Usted se enfoca primero en el rol del matrimonio en la fertilidad y se restringe solamente a incluir como variable explicativa una dummy igual a 1 si la mujer está casada y 0 si no lo está. Sociólogos mencionan que la relación entre matrimonio y fertilidad es distinta entre sectores socio-económicos, hipótesis que usted quiere también testear usando una variable de quintil cuyo valor es 1 si la mujer está en el quintil de ingreso más bajo, 2 en el segundo quintil y así hasta 5 si está en el quintil más alto. Los resultados obtenidos para cada regresión son los siguientes (los números entre paréntesis corresponden a los errores estándares):

	Sin controles	Solo matrimonio	Solo quintiles	Ambos
Casada		0.450		0.410
		(0.102)		(0.100)
Quintil de ingreso			-0.350	-0.380
			(0.100)	(0.080)
Casada*Quintil de ingreso				0.005
				(0.003)
Constante	0.801	0.620	2.100	1.550
	(0.200)	(0.150)	(0.980)	(0.410)
N (tamaño de muestra)	8,125	8,125	8,125	8,125
R-cuadrado	0.101	0.405	0.350	0.600

Usando la tabla anterior, conteste las preguntas siguientes:

- a. ¿Cuál es el número promedio de niños por mujer en la muestra? ¿Cuál es el número promedio de niños por mujer casada?
  - b. ¿Es la hipótesis de los sociólogos verdadera en sus datos?
  - c. Su jefe mira el resultado de sus regresiones y le comenta que hay un error en la tercera y cuarta regresiones porque las constantes son demasiado grandes. ¿Qué argumento debe usar usted para convencerlo de su método?
2. Usted está preocupado por el hecho que su variable que mide el quintil de ingreso puede estar sujeta a un error de medición porque es auto-reportada. También usted opina que el número de niños puede tener errores de medición. Explique el impacto de ambos errores de medición en el caso de un error "clásico" es decir donde la variable usada es igual a la variable verdadera más un ruido aditivo.

3. La encuesta usada también tiene un índice de la calidad de la vivienda (techo, piso, electro-domésticos, muebles). ¿cuáles condiciones deber cumplir el índice para solucionar el problema de error de medición del quintil de ingreso? Justifique si cree que las condiciones se cumplen y expliquen cómo estimaría usted un modelo usando dicho índice.
4. Su jefe quiere publicar la siguiente noticia "*El matrimonio aumenta el número de niños en 40%*" y proponer un programa de bono al matrimonio como política pública para subir la fertilidad en Chile. Explique bajo cuáles condiciones la conclusión de su jefe es apropiada dado sus resultados y justifique si usted cree que las condiciones se cumplen aquí. En caso de no cumplirse, explique la dirección anticipada del sesgo en su regresión.
5. Hasta ahora, usted ha usado como supuesto que los errores  $\varepsilon_i$  son independientes e idénticamente distribuidos. Explique cómo se podría testear este supuesto y cómo, en caso de rechazar la hipótesis, se debería estimar la ecuación de arriba para tomar en cuenta el hecho que los errores pueden ser heteroscedásticos.

### Pregunta 2 (30 minutos)

Usted es contratado para revisar dos estudios hechos separada e independientemente para estimar el número de suicidas en jóvenes entre 18 y 24 años por cada mil habitantes  $[\theta]$ . El primer estudio usa una muestra de tamaño  $n_1$  y obtiene un estimador insesgado de  $\theta$  con valor 0.5 y varianza 0.25. El segundo estudio usa una muestra de tamaño  $n_2$  y obtiene un estimador insesgado de  $\theta$  con valor 0.4 y varianza 0.16.

- (a) Sobre la base de una combinación lineal de estos estudios ¿puede usted construir un estimador insesgado de  $\theta$  que sea de varianza mínima? ¿necesita usted saber el tamaño de muestra de cada estudio?
- (b) Suponga que se le indica que el primer estudio ha ocupado el método de máxima verosimilitud en tanto que el otro no lo ha hecho ¿Es ese estimador de máxima verosimilitud más preciso que cualquier otro estimador lineal? Defina su concepto de precisión.
- (c) Un tercer estudio -hecho con los mismos datos que el primer estudio—indica que el fenómeno puede ser modelado usando una distribución de Pareto "porque tiene una cola que cae suavemente". La función es:  $f(x|a, \theta) = \theta a^\theta x^{-\theta-1}$  donde  $a$  es una constante positiva y  $\theta > 1$ . Encuentre el estimador de máxima verosimilitud de  $\theta$ . Demuestre que éste es un máximo. Obtenga la varianza asintótica.
- (d) ¿Bajo cuáles condiciones es posible comparar estadísticamente (i.e., usando un test estadístico) los resultados del estudio 1 y del estudio 3? ¿cuál sería ese test?

### Pregunta 3 (40 minutos)

Suponga que el modelo generador de rentabilidad de una acción,  $R_t$ , es el siguiente:

$$(1) \quad R_t = \beta_0 + \beta_F F_t + \beta_M M_t + \beta_{HML} HML_t + \beta_{SMB} SMB_t + u_t$$

Donde  $F_t$  es la rentabilidad libre de riesgo,  $M_t$  el exceso de rentabilidad del mercado,  $HML_t$  un factor de riesgo asociado a la razón bolsa/libro,  $SMB_t$  un factor de riesgo asociado al tamaño y los errores  $u_t$  son iid con distribución Normal  $[0, \sigma^2]$ .

Por otro lado, el modelo de valorización de activos de Fama y French (FF) dice que la rentabilidad esperada para una acción está determinada por la siguiente ecuación:

$$(2) \quad E[R_t] = E[F_t] + \beta_M E[M_t] + \beta_{HML} E[HML_t] + \beta_{SMB} E[SMB_t]$$

Considere además el siguiente modelo empírico asociado a FF, que es una versión restringida del modelo verdadero en la ecuación (1):

$$(3) \quad R_t - F_t = \beta_M M_t + \beta_{HML} HML_t + \beta_{SMB} SMB_t + u_t$$

- a) Un amigo le dice que la forma de testear el modelo de FF es verificando la siguiente hipótesis nula en el modelo restringido de la ecuación (3),  $H_0: \beta_M = \beta_{HML} = \beta_{SMB} = 0$ . ¿Qué le diría a su amigo?
- b) Usted tiene una muestra con T observaciones. Verifique la validez del modelo de Fama y French. Sea claro al plantear el test que utilizará, la distribución del estimador, la hipótesis nula y la alternativa. Suponga que  $\sigma$  es desconocido.
- c) Suponga que el modelo de FF no es válido, en particular, porque para la acción que se analiza ocurre que  $\beta_F > 1$ . Discuta bajo qué condiciones los estimadores MCO del modelo restringido serán insesgados.
- d) Compare la varianza del estimador MCO del modelo restringido con la varianza del modelo verdadero de la ecuación (1) suponiendo que  $\sigma$  es conocido.
- e) Considere ahora que  $\sigma$  es desconocido, pero que será estimado a partir de los residuos. Determine un estimador insesgado de  $\sigma^2$  usando los residuos del modelo verdadero.
- f) Suponga que para estimar  $\sigma^2$  usa los residuos del modelo restringido en vez del modelo verdadero. Discuta bajo qué condiciones este estimador será insesgado.
- g) Usted sabe que para la acción que se estudia  $\beta_{SMB} = 0$ . Discuta el efecto en los estimadores MCO de estimar el modelo de la ecuación (1).