Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Economía

Examen de Grado
Econometría y Métodos Cuantitativos
Agosto, 2010

Duración	:	150 minutos
Fecha	:	09 de Agosto del 2010
Hora de comienzo	:	15 horas

El examen consta de tres preguntas, cada una de ellas de 45 puntos. Todas las partes deben ser respondidas. Usted dispone de 15 minutos para leer el examen y 135 minutos para responderlo, por lo que cada punto corresponde aproximadamente a un minuto.

Pregunta I (45 puntos)

I.1 (25 puntos) Un investigador considera los siguientes dos modelos:

(1) $\text{Log}(Y) = \beta_1 + \beta_2 \text{ educ} + \mu$

(2) $\text{educ} = \alpha_1 + \alpha_2 I + \upsilon$

en que Y es ingreso, educ son años de educación e I es una medida de inteligencia. El investigador desea estimar el primer modelo sobre la base de trabajadores en empresas de más de 200 personas con datos de la primera encuesta longitudinal de empresas.

El investigador no conoce la estructura de ambos modelos. Es decir, desconoce el comportamiento de los errores μ y υ.

a) Estudie los modelos en función de la independencia de los errores μ y υ.
   En particular indique.
   i) Si la estimación por MICO es adecuada si los errores μ y υ **son independientes.**(4 puntos)
   ii) Demuestre que sucede con el estimador de β_2 si μ y υ **son dependientes.** (8 puntos)
b) Demuestre matemáticamente como el empleo una variable instrumental (VI) puede resolver el problema presentado en aii). ¿sugiera dicha variable? (7 puntos)
c) ¿Qué sucede si se dispone de dos variables instrumentales para la educación? (3 puntos)
d) Explique las ventajas y desventajas de usar VI o (MICO) si no está seguro de la independencia de μ y υ. (3 puntos)

I.2 (20 puntos).Se ha estimado la siguiente función de consumo entre 1970-2005.

$$C_t = \underset{(9{,}451)}{10{,}0130} + \underset{(0{,}1041)}{0{,}6461}Y_t + \underset{(0{,}1186)}{0{,}2884}C_{t-1} + \mu_t$$

$$R^2 = 0{,}9987 \qquad s^2 = 17{,}7324$$

Las cifras entre paréntesis son los errores estándar. Además se sabe que la covarianza entre el estimador de Y_t y de C_{t-1} es -0,01234

a) Calcule la propensión marginal a consumir (PMC) de largo plazo (2 puntos) y encuentre la distribución de probabilidad asintótica estimada del estimador de PMC. (9 puntos)
b) Use los resultados de a) para verificar la hipótesis que la PMC de largo plazo es unitaria con 95% de nivel de confianza. (7 puntos) ¿Puede identificar un método alternativo para verificar dicha hipótesis? (2 puntos)

Pregunta II (45 puntos)

II.1 (25 puntos). Considere el siguiente modelo de regresión lineal: $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u$ donde u satisface todos los supuestos del teorema de Gauss-Markov.

a) Suponga que Ud. no dispone de información para la variable x_2 y posee una muestra aleatoria simple para x_1 e y. ¿Explique y demuestre de qué manera puede afectar al estimador MICO de β_1 si Ud. omite la variable x_2 del modelo de regresión lineal? (13 puntos)

b) Suponga ahora que Ud. consigue información para la variable x_2 pero es advertido que esta fue medida con error. ¿Discuta las propiedades de consistencia del estimador MICO de β_1 y β_2 si Ud. estima el modelo con la información disponible? (5 puntos)

c) Suponga que Ud. finalmente consigue una muestra aleatoria simple para las variables y, x_1, x_2 donde se le garantiza que no sufren de problemas de medición. Los valores de esta muestra se presentan en el Cuadro 1.

Cuadro 1

y	x_1	x_2
2	2	0
-2	-1	2
1	0	0
-1	-1	-2

¿Qué puede decir acerca de la relación entre x_1 y x_2 con estos datos?¿Cómo cambia su respuesta en a)? (7 puntos)

II. 2.(20 puntos) La teoría del CAPM (Capital Asset Pricing Model) propuesto por Sharpe (1964) establece que el exceso de retorno de un activo riesgoso por sobre aquel libre de riesgo es proporcional al exceso de retorno del portfolio de mercado sobre el activo libre de riesgo. Así,

$$\mu_i - R_f = \beta_i(\mu_m - R_f)$$

donde μ_i es el retorno del activo i, R_f es el retorno del activo libre de riesgo y μ_m es el retorno del portfolio de mercado. El parámetro β_i conocido simplemente como "beta" indica el premio al riesgo asociado a dicho activo. Así si $\beta_i > 1$ se dice que el activo tiene un mayor premio al riesgo (luego es más volátil) que el portfolio de mercado y viceversa. Por último, note que esta es una relación teórica y no una identidad contable.

Se dispone de una serie de datos mensuales del **exceso de retorno** para la empresa IBM (ibm) y para el portfolio de mercado (market) para el período 1982-1987. El modelo de regresión lineal que se propone estimar es el siguiente:

$$ibm_t = \alpha + \beta market_t + e_t$$

donde $ibm_t = \mu_{ibm,t} - R_{f,t}$ y $market_t = \mu_{m,t} - R_{f,t}$ y e_t es término de error estacionario.

a) ¿Qué restricción(es) impone el modelo de CAPM recién presentado sobre el (los) parámetro(s) del modelo de regresión anterior? (5 puntos)

b) A continuación se presentan los resultados de la regresión propuesta. Realice un test de hipótesis a dos colas y significancia de 5 % para la(s) hipótesis la(s) restricción(es) encontradas en la letra a). (5 puntos)

```
. reg ibm market
```

Source	SS	df	MS
Model	.116870208	1	.116870208
Residual	.30155429	118	.002555545
Total	.418424498	119	.003516172

Number of obs	= 120
F(1, 118)	= 45.73
Prob > F	= 0.0000
R-squared	= 0.2793
Adj R-squared	= 0.2732
Root MSE	= .05055

ibm	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
market	.4568026	.0675489	6.76	0.000	.3230373	.5905678
_cons	-.0004896	.00464	-0.11	0.916	-.009678	.0086989

c) Considere ahora los resultados del test de Breusch y Godfrey a un 5 % de significancia. Establezca la hipótesis nula e interprete los resultados. (5 puntos)

```
. estat bgodfrey
```

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation

lags(*p*)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.421	1	0.5165

d) Suponga ahora que está interesado en testear la homoscedasticidad de sus errores y obtiene el siguiente resultado para el test de White. ¿Qué puede concluir al respecto? (5 puntos)

```
White's test for Ho: homoskedasticity
         against Ha: unrestricted heteroskedasticity

         chi2(2)      =     0.17
         Prob > chi2  =    0.9191
```

Pregunta III (45 puntos)

1) (25 puntos) Suponga que los datos de Y fueron generados por el siguiente modelo:

$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 X_{t-1} + u_t$ (ecuación 1)

$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + v_t$ (ecuación 2)

$X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (ecuación 3)

$|\theta| < 1$

$u_t \sim N(0\ \sigma_u^2 I)$; $v_t \sim N(0\ \sigma_v^2 I)$; $\varepsilon_t \sim N(0\ \sigma_\varepsilon^2 I)$

a) (5 puntos) Si Ud. estima la ecuación 1 por MICO, ¿qué propiedades en cuanto sesgo y consistencia tendrían los estimadores obtenidos?

b) (5 puntos) ¿Qué restricciones deben cumplir ρ_1 y ρ_2 para que exista una relación de largo plazo entre Y y X?

c) (8 puntos) ¿Cómo probaría la existencia de una relación de largo plazo entre Y y X si no conociera los parámetros? De existir, ¿cuál sería?

d) (7 puntos) Explique en detalle cómo haría un test del Multiplicador de Lagrange para la hipótesis nula de que ρ_1 y ρ_2 son ambos iguales a cero.

2) (20 puntos) Se estima el siguiente modelo:

$Y_t = 10 + 0{,}5\ X_{2t} + 0{,}9\ X_{3t} + 1{,}5\ X_{4t} + u_t$

$u \sim N(0, \sigma^2 I)$

X_{2t}, X_{3t}, X_{4t} son estacionarias

El R^2 de la regresión es de 0.9. Las variables explicativas están relacionadas entre sí hasta tal punto que el R^2 entre X_2 y las demás variables es de 0,95, mayor al 0,9 de la regresión.

a) (4 puntos) ¿Qué propiedades tienen los estimadores en cuanto sesgo y consistencia?
b) (12 puntos) ¿Qué puede decir sobre la gravedad del problema de colinealidad? ¿Qué sugiere para analizar mejor este problema?
c) (4 puntos) Si el problema fuera grave, ¿qué tipo de información le sería útil para obtener mejores estimadores?, ¿le serviría conocer la relación entre las variables explicativas?